EDISI REVISI 2017
KURIKULUM 2013
MATEMATIKA
SMP/MTs
KELAS
VIII
SEMESTER 2

Disklaimer: *Buku ini merupakan buku siswa yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku siswa ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan "dokumen hidup" yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis dan laman http://buku.kemdikbud.go.id atau melalui email buku@kemdikbud.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- . Edisi Revisi Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2017.
viii, 344 hlm. : ilus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VIII Semester 2
ISBN 978-602-282-984-3 (jilid lengkap)
ISBN 978-602-282-988-1 (jilid 2b)

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Penulis : Abdur Rahman As'ari, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, Ibnu Taufiq.

Penelaah : Agung Lukito, Ali Mahmudi, Turmudi, Yansen Marpaung, Yudi Satria, Widowati.

Pereview Guru : Dedi Hidayat.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Cetakan Ke-1, 2014 ISBN 978-602-282-098-7 (jilid 2)
Cetakan Ke-2, 2017 (Edisi Revisi)
Disusun dengan huruf Times New Roman, 12 pt.

Kata Pengantar

Syukur alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt., karena hidayah dan inayah-Nya penulisan buku siswa ini dapat terselesaikan dengan waktu yang telah ditetapkan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.

Buku siswa ini merupakan bahan ajar mata pelajaran Matematika untuk pegangan siswa pada jenjang Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah berdasarkan Kurikulum 2013 yang disempurnakan dengan tujuan untuk membantu siswa dalam proses belajar matematika.

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain dari itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessmen*t) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran matematika di SMP/MTs. Hasil pembandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran matematika dalam Kurikulum 2013 yang disempurnakan.

Buku Siswa Matematika Kelas VIII SMP/MTs Kurikulum 2013 ini ditulis dengan berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasional tersebut. Terkait materi misalnya, sebagai tambahan, sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang bilangan, himpunan, aljabar dan penerapannya, perbandingan, geometri, dan penyajian data. Keseimbangan antara matematika angka dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berpikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian, dan perkiraan/pendekatan.

Setiap awal bab pada buku siswa ini disajikan kover bab. Bagian ini berisi ilustrasi dan deskripsi singkat yang menarik berkaitan dengan materi bab yang bersangkutan. Selain itu, di awal bab juga disajikan Kompetensi

Dasar dan Pengalaman Belajar yang akan siswa capai dalam setiap bab. Kata-kata kunci merupakan inti dari materi. Bacalah terlebih dahulu kata-kata kuncinya sebelum kalian mempelajari isi materi.

Isi materi dalam buku siswa ini berupa kegiatan-kegiatan pembelajaran yang menuntut siswa secara aktif untuk terlibat dalam pembelajaran sehingga siswa akan mendapatkan pengalaman yang diharapkan. Pada setiap awal pembelajaran berisi konteks atau masalah terkait dengan kegiatan. Masalah yang disajikan ada yang diberikan beserta pemecahannya, ada yang dilengkapi dengan petunjuk pemecahan masalah, dan ada yang dibiarkan berupa masalah untuk dipecahkan siswa. Pada setiap Membelajarkan mengikuti pendekatan ilmiah, yaitu mengamati, menanya, menggali informasi, menalar, dan mengomunikasikan yang disajikan dengan ikon-ikon tertentu, yaitu *Ayo Kita Amati, Ayo Kita Menanya, Ayo Kita Menggali Informasi/Sedikit Informasi/Ayo Kita Mencoba,* dan *Ayo Kita Berbagi.* Buku siswa ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa diberanikan untuk mencari dari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Setelah mempelajari materi pada buku siswa ini, siswa diharapkan memahami materi yang disajikan. Oleh karena itu, konsep yang disajikan pada buku ini disampaikan secara logis, sistematis, dan menggunakan bahasa yang sederhana. Selain itu, buku ini juga memiliki tampilan yang menarik sehingga siswa tidak akan merasa bosan. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Buku ini merupakan edisi ketiga sebagai penyempurnaan dari edisi pertama dan kedua. Buku ini masih sangat terbuka dan perlu terus dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran, dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Januari 2016

Tim Penulis

Daftar Isi

Bab 7 Lingkaran

Bab 8 Bangun Ruang Sisi Datar

Bab 9 Statistika

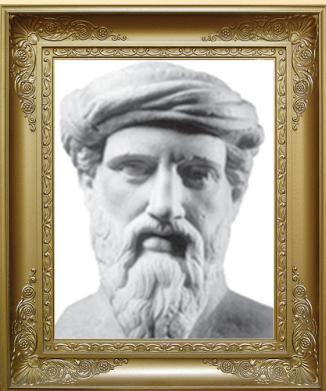
Bab 6

Teorema Pythagoras

Sumber:www.andy.web/id

Gambar 6.1 Seorang tukang sedang mengukur kesikuan lahan

Cara membuat sudut siku bangunan merupakan ilmu yang sering digunakan dalam pelaksanaan pembangunan konstruksi gedung bertingkat tinggi. Dalam pembangunan rumah tinggal juga sering menggunakan konstruksi yang siku. Mengapa harus siku? Meskipun terkesan sederhana namun kesikuan ini akan memengaruhi keindahan, kekuatan, dan bahkan biaya bangunan. Tukang bangunan menggunakan salah satu rumusan segitiga yang apabila diterapkan pada pelaksanaan bangunan akan menghasilkan sudut siku 90 derajat. Peralatan yang digunakan adalah benang ukur, patok atau paku, serta meteran. Intinya para tukang membuat sebuah segitiga yang ketiga sisinya mempunyai perbandingan panjang 3:4:5. Misalnya mereka menggunakan ukuran 3 m : 4 m : 5 m. Tahukah kalian mengapa para tukang harus menggunakan perbandingan 3:4:5? Apakah ada ukuran selain 3, 4, dan 5? Masalah di atas akan kalian ketahui jawabannya setelah mempelajari bab ini.

- *Segitiga siku-siku*
- *Hipotenusa*
- *Tripel Pythagoras*

3.6 Menjelaskan dan membuktikan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

Pengalaman Belajar

1. Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras.
2. Menentukan panjang sisi segitiga siku-siku jika panjang dua sisi diketahui.
3. Menentukan jenis segitiga berdasarkan panjang sisi-sisi yang diketahui.
4. Menemukan dan menguji tiga bilangan apakah termasuk tripel Pythagoras atau bukan tripel Pythagoras.
5. Menerapkan teorema Pythagoras untuk menyelesaikan permasalahan nyata.

Peta Konsep

Teorema Pythagoras
a
b
c
$c^2 = a^2 + b^2$
Tripel Pythagoras
Segitiga-segitiga Khusus
Penerapan Teorema Pythagoras
Segitiga Siku-Siku Sama kaki
Segitiga Siku-Siku dengan Sudut 30° - 60° - 90°

Pythagoras
(582 SM – 496 SM)

Pythagoras (582 SM – 496 SM) lahir di pulau Samos, di daerah Ionia, Yunani Selatan. Salah satu peninggalan Pythagoras yang paling terkenal hingga saat ini adalah teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras menyatakan bahwa kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisi yang lain. Yang unik, ternyata rumus ini 1.000 tahun sebelum masa Phytagoras. Orang-orang Yunani sudah mengenal penghitungan "*ajaib*" ini. Walaupun faktanya isi teorema ini telah banyak diketahui sebelum lahirnya Pythagoras, namun teorema ini dianggap sebagai temuan Pythagoras, karena ia yang pertama membuktikan pengamatan ini secara matematis. Pythagoras menggunakan metode aljabar untuk membuktikan teorema ini.

Berdasarkan uraian di atas dapat kita ambil beberapa kesimpulan, antara lain:

1. Pythagoras adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Sekalipun teorema tentang segitiga siku-siku sudah dikenal masyarakat sebelumnya, tetapi dia terus menggalinya sehingga dapat membuktikan kebenaran teorema tersebut secara matematis.
2. Tanpa kita sadari ternyata bumi yang indah beserta kehidupan yang ada di dalamnya ini tidak lepas dari perhitungan matematika. Oleh karena itu, kita perlu belajar Matematika dengan lebih mendalam, sehingga bisa menguak rahasia alam sekaligus membuktikan ke-Mahabesaran ciptaan Tuhan YME.
3. Matematika adalah ilmu yang menarik untuk kita pelajari, bukan ilmu yang menyeramkan seperti dikatakan sebagian orang. Karena telah banyak sejarah yang menceritakan tentang peran matematika dalam memajukan peradaban manusia, salah satunya adalah teorema Pythagoras yang menjadi spelopor perkembangan ilmu geometri dan arsitektur.

Sumber: https://www.flickr.com/photos/mharrsch/9943598

Kegiatan 6.1 *Memeriksa Kebenaran Teorema Pythagoras*

Sumber: http://www.nusaforex.com
Gambar 6.2 Tukang bangunan

Teorema Pythagoras banyak dimanfaatkan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu di antaranya dalam bidang pertukangan. Seorang tukang yang akan membangun rumah biasanya mengukur lahan yang akan dibangun. Tukang tersebut memastikan bahwa sudut-sudut pondasi bangunan benar-benar siku-siku dengan cara menggunakan segitiga dengan kombinasi ukuran sisi 60 cm, 80 cm, dan 100 cm.

Barangkali tukang bangunan sendiri tidak menyadari mengapa bilangan itu yang tepat untuk membentuk sudut siku-siku. Untuk mengetahui kebenaran cara yang digunakan oleh tukang bangunan tersebut, kita akan pelajari pada kegiatan berikut ini.

Ayo Kita Amati

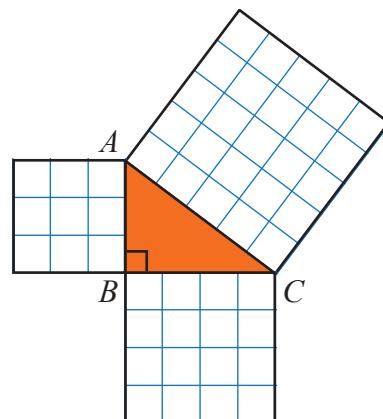
Dalam **Kegiatan 6.1** ini, kita akan mempelajari tentang teorema Pythagoras dan memeriksa kebenarannya. Pembuktian teorema Pythagoras berkaitan erat dengan luas persegi dan segitiga. Pythagoras telah mengungkapkan bahwa kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi yang lain. Untuk memeriksa kebenarannya, lakukan kegiatan dengan langkah-langkah berikut.

1. Sediakan kertas HVS (atau kertas berpetak), kertas karton, pensil, penggaris, dan gunting.
2. Buatlah tiga buah persegi dari kertas yang sudah disediakan dengan panjang sisi setiap persegi adalah $a = 3$ satuan (3 kotak), $b = 4$ satuan, dan $c = 5$ satuan. Kemudian guntinglah ketiga persegi itu.

3. Tempel ketiga persegi tersebut di karton sedemikian sehingga dua dari empat sudut mereka saling berimpit dan membentuk segitiga di dalamnya. Tampak pada **Gambar 6.3**. Segitiga apakah yang terbentuk?
4. Perhatikan luas ketiga persegi. Apakah luas persegi yang terbesar sama dengan jumlah dua luas persegi yang kecil?
5. Ulangi langkah nomor 2 dan 3 dengan membuat persegi yang berukuran a = 6 satuan, b = 8 satuan, dan c = 10 satuan.
6. Setelah melakukan kegiatan tersebut, apa yang dapat kalian ketahui tentang hubungan nilai a, b, dan c?

Gambar 6.3 Segitiga siku-siku dengan panjang sisi 3, 4, 5 satuan

Untuk lebih meyakinkan kalian tentang hubungan nilai a, b, dan c, lanjutkan dengan kegiatan berikut.

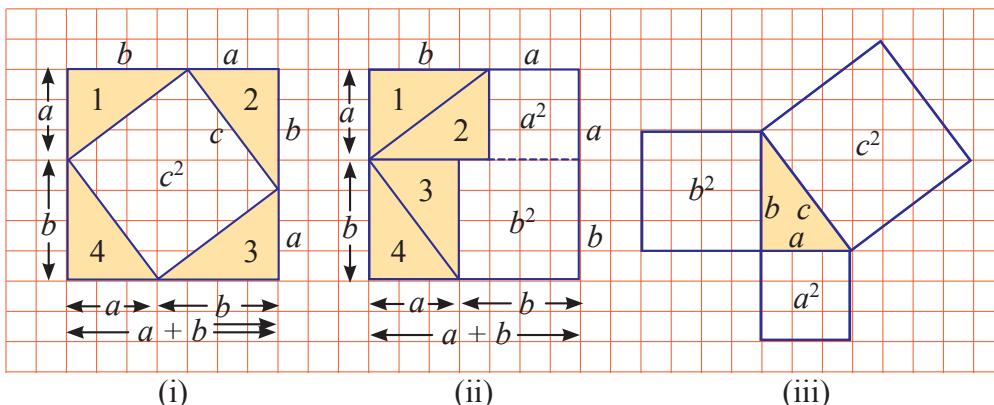
Pada kertas berpetak, gambar tiga segitiga siku-siku ABC dengan tiga ukuran yang berbeda.

AB = 5 satuan, BC = 12 satuan

AB = 8 satuan, BC = 15 satuan

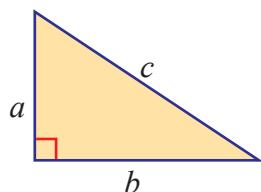
AB = 9 satuan, BC = 12 satuan

Ukurlah panjang sisi yang ketiga dari setiap segitiga.

Lengkapi tabel berikut berdasarkan ketiga segitiga yang telah kalian buat.

Segitiga ABC	AB	BC	AC	AB^2	BC^2	AC^2
a.	...	...	...	...	...	...
b.	...	...	...	...	...	...
c.	...	...	...	...	...	...

Setelah kalian melakukan kegiatan dan mengamati tabel di depan, buatlah pertanyaan lain terkait dengan segitiga siku-siku. Kalian bisa membuat pertanyaan yang memuat "panjang sisi segitiga", "pembuktian teorema Pythagoras", dan lainnya. Misalnya, bagaimanakah hubungan panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku ABC yang telah kalian buat? Apakah ada cara lain untuk memeriksa kebenaran teorema Pythagoras?

Terdapat lebih dari 200 pembuktian dari teorema Pythagoras. Elisha Scott Loomi mempublikasikannya pada tahun 1927, termasuk di dalamnya pembuktian oleh Pythagoras sendiri, Euclid, Leonardo da Vinci, dan Presiden AS James A.Garfield. Salah satu pembuktian yang terkenal akan kita pelajari di bawah ini.

Berikut ini salah satu pembuktian lengkap untuk memeriksa kebenaran teorema Pythagoras.

Gambar 6.4 Pembuktian teorema Pythagoras

Berdasarkan **Gambar 6.4** , kita bisa menyusun empat segitiga siku-siku pada **Gambar 6.4(i)** ke dalam persegi pada **Gambar 6.4(ii)**. Kita perlu membuktikan bahwa $a^2 + b^2$ sama dengan c^2. Perhatikan bahwa luas persegi yang terbentuk oleh empat segitiga siku-siku pada **Gambar 6.4(i)** adalah $(a + b)^2$, atau

$a^2 + 2ab + b^2$. Luas setiap segitiga adalah $\frac{1}{2}ab$, sehingga jumlah luas keempat segitiga adalah $2ab$. Dengan menggunakan pengurangan, luas persegi yang dibatasi oleh empat segitiga adalah $(a^2 + 2ab + b^2) - 2ab$ atau $a^2 + b^2$.

Perhatikan **Gambar 6.4(iii)**. Gambar tersebut disusun dari potongan-potongan **Gambar 6.4(i)** dan **6.4(ii)**. Dengan demikian, luas persegi pada sisi hipotenusa adalah c^2, dan jumlah luas persegi pada kedua sisi tegaknya adalah $a^2 + b^2$.

Gambar 6.5
Segitiga siku-siku

Pada **Gambar 6.5**, segitiga di samping adalah segitiga siku-siku. Panjang sisi siku-sikunya (sisi tegak) adalah a dan b. Panjang sisi miring (hipotenusa) adalah c. Setelah kalian mengamati dan menggali informasi, tuliskan hubungan antara a, b, dan c.

Agar lebih jelas cara menentukan panjang salah satu sisi segitiga siku-siku, amati contoh-contoh penggunaan teorema Pythagoras berikut.

Tentukan panjang hipotenusa segitiga di samping.

$a^2 + b^2 = c^2$

$5^2 + 12^2 = c^2$

$25 + 144 = c^2$

$\sqrt{169} = c$

$13 = c$

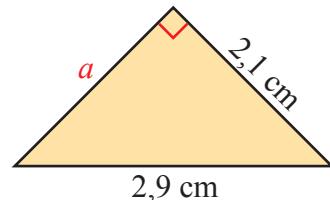
Jadi, panjang hipotenusa segitiga tersebut adalah 13 meter.

Contoh 6.2

Tentukan panjang a pada gambar di samping.

Alternatif Penyelesaian

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + (2,1)^2 = (2,9)^2$$

$$a^2 + 4,41 = 8,41$$

$$a^2 = 8,41 - 4,41$$

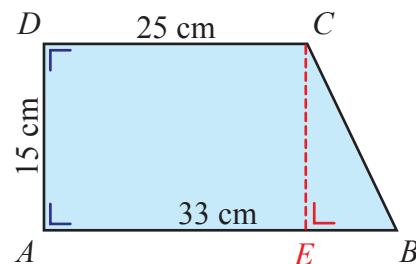
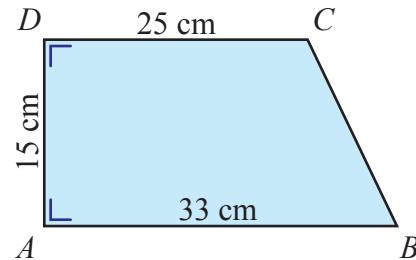
$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

Jadi, panjang sisi segitiga yang belum diketahui adalah 2 cm.

Contoh 6.3

Perhatikan gambar trapesium di samping. Panjang BC adalah ... cm.

Alternatif Penyelesaian

Untuk menyelesaikan masalah di atas, terlebih dahulu kita buat garis dari titik C yang tegak lurus dengan garis AB. Misalkan titik potong dengan garis AB adalah E, maka terbentuk segitiga siku-siku BCE sehingga berlaku teorema Pythagoras.

Panjang BE

$BE = AB - AE$

$BE = 33 - 25 = 8$

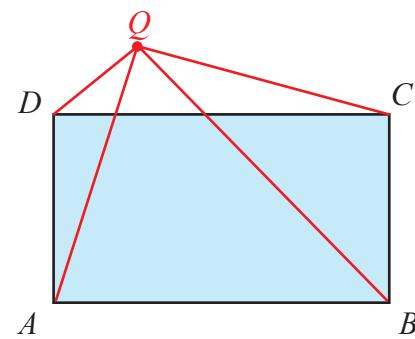
Jadi, panjang BE = 8 cm.

Panjang CE = panjang DA = 15 cm.

Perhatikan ΔBEC siku-siku di E.

$BC^2 = CE^2 + BE^2$

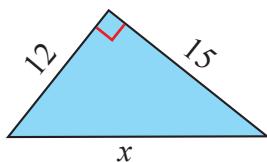
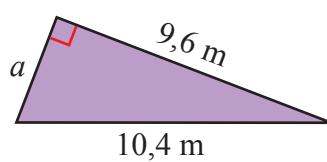
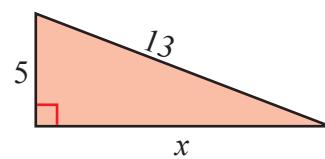
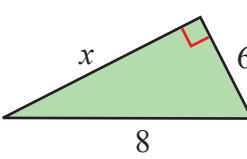
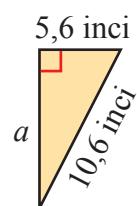
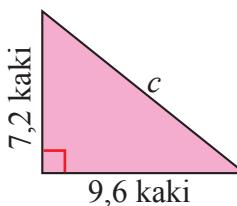
$BC^2 = 15^2 + 8^2$

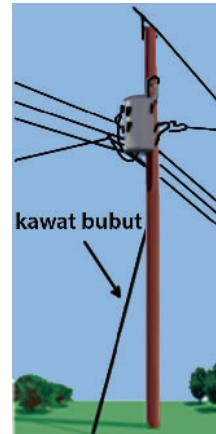
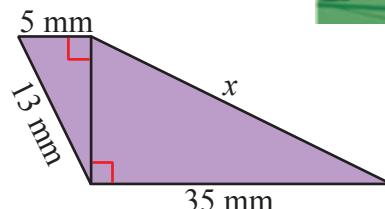
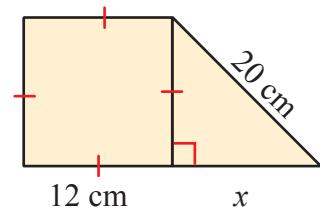
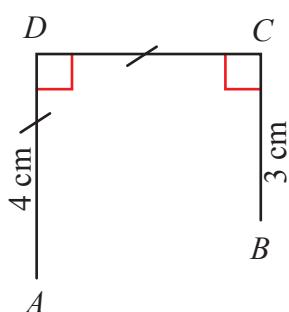
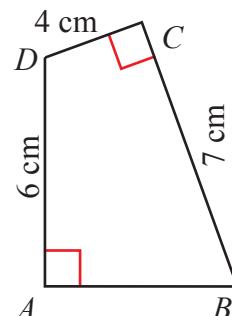
$BC^2 = 225 + 64$

$BC^2 = 289$

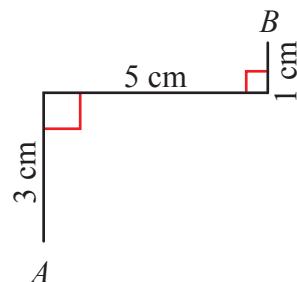
$BC = \sqrt{289} = 17$

Jadi, panjang BC adalah 17 cm.

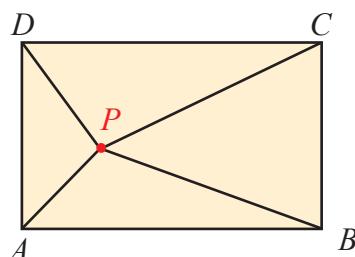
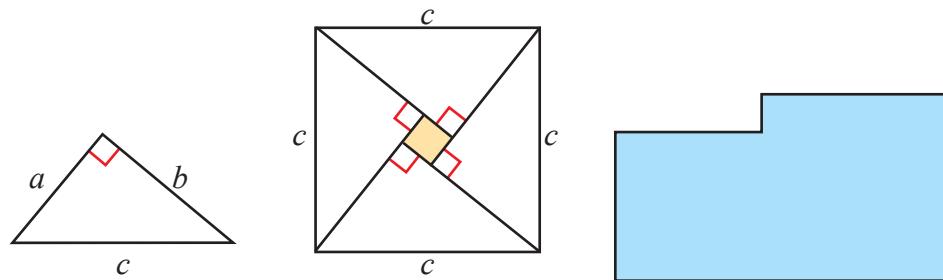
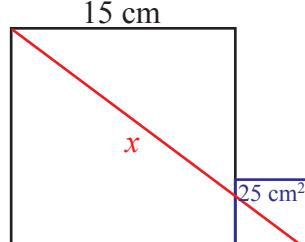
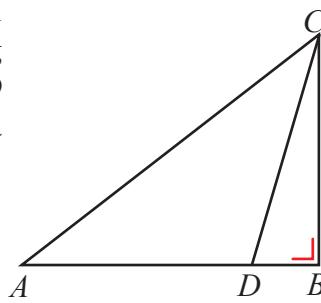
Diketahui persegi panjang $ABCD$. Terdapat titik Q di luar persegi panjang. Bagaimanakah cara kalian dalam menentukan hubungan antara panjang AQ, BQ, CQ, dan DQ? Untuk membantu kalian menentukan hubungan keempat panjang ruas garis tersebut, perhatikan **Gambar 6.7** di samping. (Gambar bisa bermacam-macam).

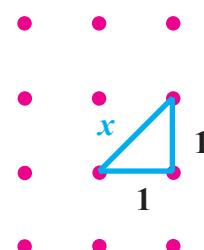
Gambar 6.7
Persegi panjang *ABCD*

Diskusikan jawaban **Ayo Kita Menalar** di atas dengan teman kalian. Kemudian sampaikan hasil menalar kalian di kelas.

1. Gunakan teorema Pythagoras untuk menentukan nilai yang belum diketahui pada masing-masing gambar berikut.

a.

d.

b.

e.

c.

f.

2. Tujuan dipasangkan kawat bubut pada suatu tiang telepon adalah untuk menopangnya. Kawat bubut dipasang pada tiang telepon setinggi 8 meter dari tanah.
   a. Jelaskan cara yang akan kalian lakukan untuk menentukan panjang kawat bubut tanpa mengukur langsung kawat tersebut.
   b. Tentukan panjang kawat jika jarak antara kawat dan tiang pada tanah adalah 6 meter.

3. Tentukan nilai x pada kedua gambar berikut.

5 mm
13 mm
x
35 mm

4. Apakah suatu segitiga yang panjang ketiga sisinya berturut-turut 9 cm,12 cm, dan 18 cm merupakan segitiga siku-siku? Jelaskan.

5. Jika panjang sisi-sisi suatu segitiga siku-siku berturut-turut adalah x, 15, dan $x + 5$, tentukan nilai x.

6. Tentukan panjang AB dari gambar berikut.

7. Diketahui persegi panjang $ABCD$ dan P merupakan titik di dalam persegi panjang. Jika $PC = 8$ cm, $PD = 4$ cm, dan $PB = 7$ cm, maka PA adalah ....

8. Seorang yang bernama Bhaskara menyusun sebuah persegi dan empat buah segitiga siku-siku yang memiliki panjang sisi yang sama yaitu a, b dan c kedalam sebuah persegi yang mempunyai panjang sisi c.

a. Tunjukkan bagaimana kelima potong bangun datar yang disusun pada gambar bagian tengah dapat disusun untuk mengisi bangun yang paling kanan.

b. Jelaskan bagaimana teorema Pythagoras termuat dalam pertanyaan **a**.

9. Perhatikan gambar dua persegi di samping.

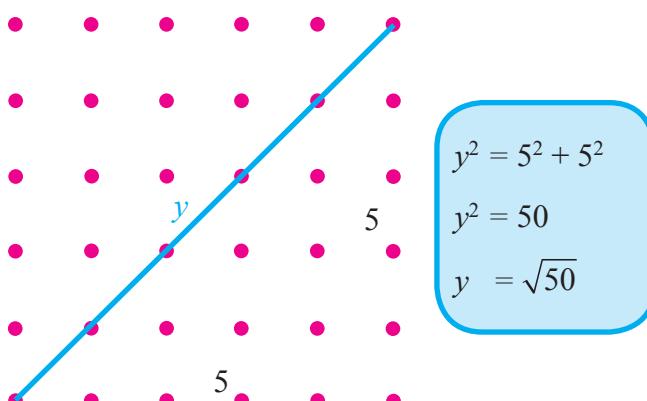
   Panjang sisi persegi besar adalah 15 cm. Luas persegi kecil adalah 25 cm^2. Tentukan nilai x.

10. Perhatikan gambar di samping. Diketahui ΔABC siku-siku di B dengan panjang AC = 40 cm dan BC = 24 cm. Titik D terletak pada AB sedemikian sehingga CD = 25 cm. Panjang AD = ... cm.

Bentuk Akar

$x^2 = 1^2 + 1^2$

$x^2 = 2$

$x = \sqrt{2}$

Jika kalian menggunakan teorema Pythagoras untuk mencari panjang diagonal persegi pada kertas bergrid seperti gambar di atas, kalian akan mendapatkan bentuk $\sqrt{2}$. Secara geometri, kita dapat menunjukkan bentuk akar sebagai panjang sisi miring segitiga siku-siku yang panjang kedua sisi siku-sikunya adalah 1.

Mari kita lihat kasus yang lain. Dengan menggunakan teorema Pythagoras pada gambar di samping, kalian akan menemukan bahwa panjang sisi miring segitiga siku-siku di samping adalah $\sqrt{50}$.

Perhatikan bahwa $\sqrt{50}$ adalah panjang sisi miring segitiga siku-siku yang panjang kedua sisi siku-sikunya adalah 5.

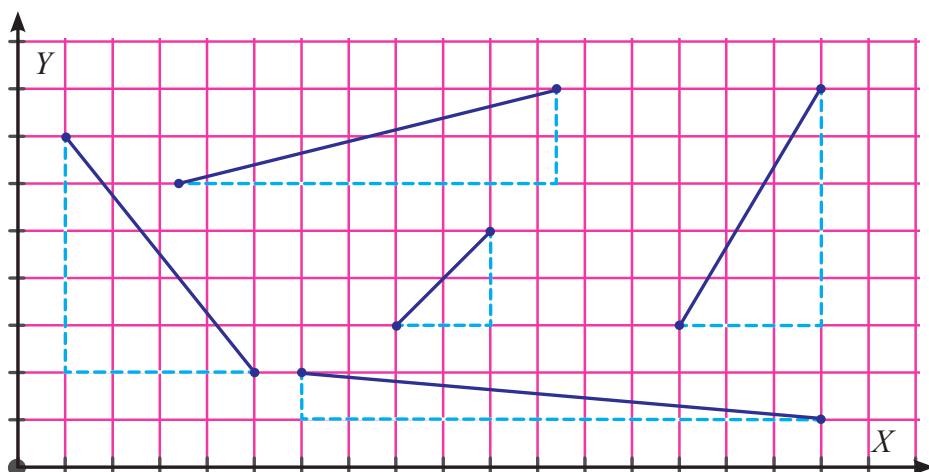
Kalian dapat menggunakan konsep tentang akar sebagai panjang sisi segitiga siku-siku ini untuk menyederhanakan suatu bentuk akar. Perhatikan dua kasus di atas. Bagaimanakah jika kita bandingkan panjang ruas garis $\sqrt{50}$ dengan $\sqrt{2}$? Perhatikan bahwa ruas garis yang panjangnya $\sqrt{50}$ dapat dibangun oleh lima ruas garis yang panjangnya $\sqrt{2}$. Sehingga kita bisa menuliskan $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$. Bentuk $5\sqrt{2}$ adalah bentuk akar yang lebih sederhana, karena menggunakan representasi geometri yang lebih sederhana yaitu $\sqrt{2}$ yang merupakan panjang diagonal persegi satu satuan.

Kalian juga bisa menyederhanakan bentuk akar secara aljabar dengan menentukan akar dari faktor yang merupakan kuadrat sempurna pada suatu bentuk akar.

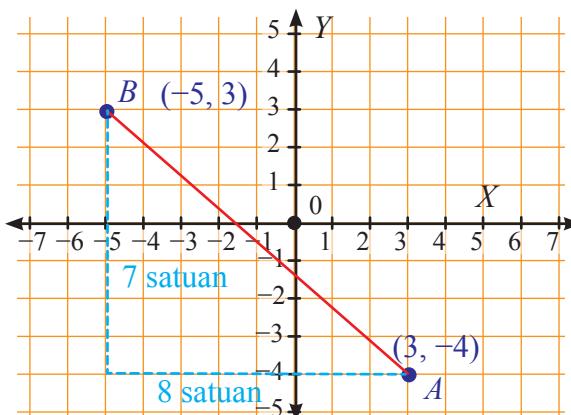
Sederhanakan $\sqrt{72}$.

Cara yang bisa digunakan untuk menyederhanakan adalah mencari akar faktor yang berupa bilangan kuadrat sempurna.

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Kegiatan 6.2 Menerapkan Teorema Pythagoras untuk Menyelesaikan Masalah

Pythagoras dapat diterapkan diberbagai bidang. Kita bisa menentukan jarak dua titik pada sistem koordinat, mengecek kesikuan benda dengan menggunakan teorema Pythagoras. Pada bangun ruang misalnya, dengan menggunakan teorema Pythagoras pula kita bisa menentukan panjang diagonal sisi dan panjang diagonal ruang.

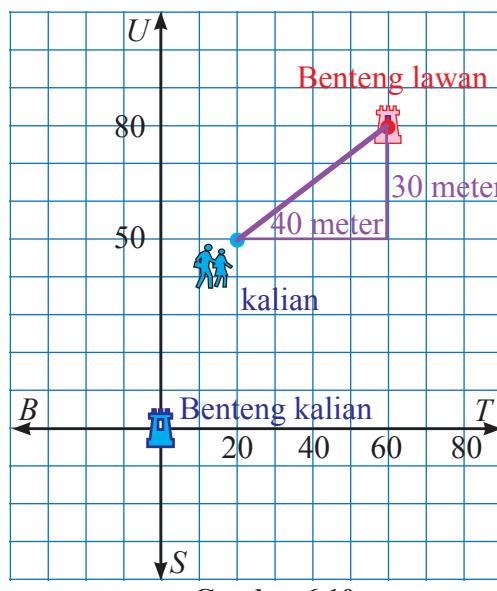
Apakah kalian pernah bermain *benteng-bentengan*? Kalian berada 50 meter sebelah utara dan 20 meter sebelah timur dari benteng kalian. Benteng lawan kalian berada di 80 meter sebelah utara dan 60 meter sebelah timur dari benteng kalian. Bagaimanakah menentukan jarak kalian dengan benteng lawan kalian? Masalah ini bisa kalian selesaikan dengan menggunakan teorema Pythagoras. Namun sebelumnya kalian pelajari terlebih dahulu kegiatan ini.

Perhatikan **Gambar 6.8**. Setiap ruas garis yang tidak sejajar dengan sumbu-X maupun sumbu-Y adalah hipotenusa dari segitiga siku-siku dari dua sisi yang sejajar dengan sumbu-X dan sumbu-Y. Sehingga kalian bisa menentukan jarak dua titik pada bidang Kartesius dengan menggunakan teorema Pythagoras.

Gambar 6.8

Untuk mengukur panjang ruas garis yang menghubungkan dua titik pada bidang koordinat, kita dapat menggambar titik-titik tersebut. Setelah itu, kita menentukan panjang setiap ruas garis. Misalkan, diminta untuk menentukan jarak antara titik $A(-5, 3)$ dan $B(3, -4)$. Bagaimana kita dengan mudah menentukan jarak dua titik pada bidang Kartesius?

Untuk menyelesaikan masalah di atas, lakukan kegiatan di bawah terlebih dahulu.

1. Gambar kedua titik A dan B pada bidang Kartesius. Tarik garis sehingga menghubungkan kedua titik tersebut. Gambar yang kalian buat akan tampak sama seperti pada **Gambar 6.9**.
2. Perhatikan **Gambar 6.9**. Apabila ditarik garis dari titik $(-5, 3)$ dan $(3, -4)$ yang sejajar dengan sumbu-X dan sumbu-Y, maka kita bisa melihat suatu segitiga siku-siku dengan panjang sisi tegaknya 7 satuan dan 8 satuan. Sehingga, kita bisa menggunakan teorema Pythagoras untuk menentukan jarak kedua titik tersebut.
   Berdasarkan **Gambar 6.9**, jarak kedua titik adalah $\sqrt{8^2 + 7^2}$ atau $\sqrt{113}$ satuan.

Gambar 6.9

Kalian telah mengamati cara menentukan jarak dua titik yang sudah diketahui. Bagaimana kalian menentukan jarak sebarang dua titik, yakni titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$? Buatlah pertanyaan lainnya terkait dengan penerapan teorema Pythagoras, baik penerapannya pada bangun datar maupun pada bangun ruang.

Mari kita mencoba menyelesaikan masalah permainan benteng-bentengan. Dengan menggunakan bidang Kartesius, kita bisa menentukan jarak kalian dengan benteng lawan kalian.

Kalian berada 50 meter sebelah utara dan 20 meter sebelah timur dari benteng kalian. Benteng lawan berada di 80 meter sebelah utara dan 60 meter dari benteng kalian. Sehingga posisi kalian dan benteng lawan kalian dapat disajikan dalam bidang Kartesius seperti berikut.

Gambar 6.10

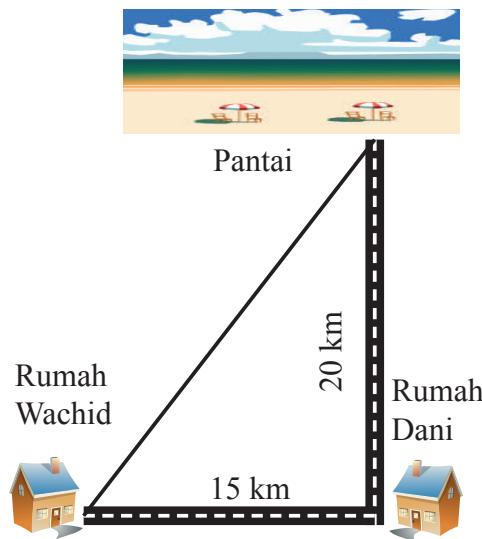
Setelah kita menentukan koordinat kalian dan benteng lawan, selanjutnya kita menentukan jarak kalian dan benteng lawan dengan menggunakan teorema Pythagoras.

Jarak kalian dan benteng lawan kalian dapat ditentukan seperti berikut.

$$x = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{1.600 + 900}$$
$$= \sqrt{2.500} = 50$$

Jadi, jarak kalian dengan benteng lawan kalian adalah 50 meter.

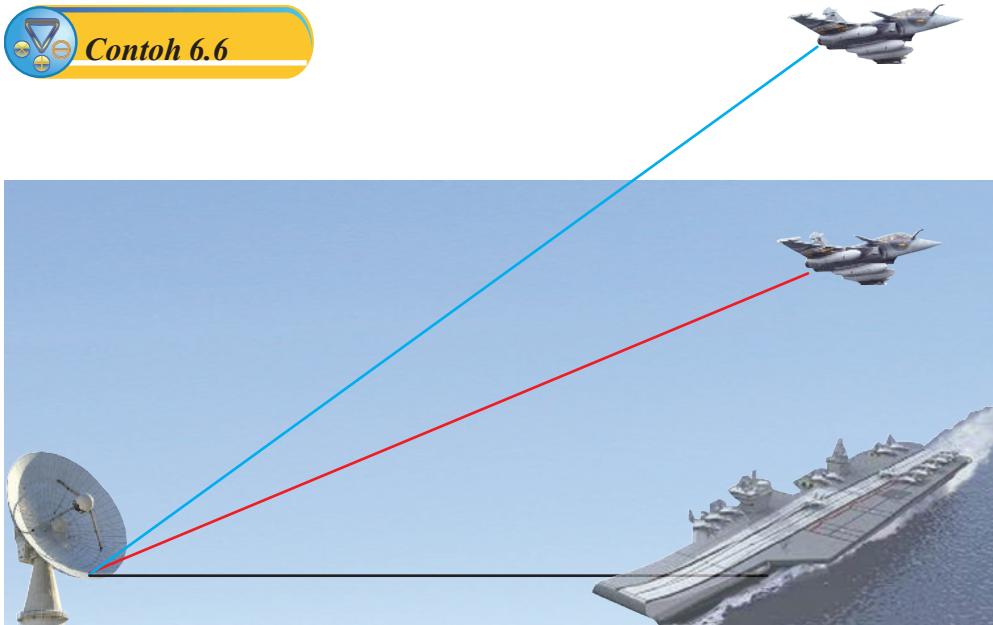
Untuk lebih memahami penerapan teorema Pythagoras, amatilah beberapa contoh berikut.

Suatu hari Wachid dan Dani merencanakan akan pergi berlibur ke pantai. Wachid menjemput Dani untuk berangkat bersama-sama ke pantai. Rumah Wachid berada di sebelah barat rumah Dani dan pantai yang akan mereka kunjungi terletak tepat di sebelah utara rumah Dani. Jarak rumah Wachid dan Dani adalah 15 km, sedangkan jarak rumah Dani ke pantai adalah 20 km. Jika kecepatan rata-rata bersepeda motor Wachid adalah 30 km/jam, tentukan selisih waktu yang ditempuh Wachid, antara menjemput Dani dengan langsung berangkat sendiri ke pantai.

Berdasarkan gambar dapat diketahui total jarak yang ditempuh Wachid menuju ke pantai adalah 15 + 20 = 35 km. Sehingga dengan kecepatan rata-rata 30 km/jam, waktu yang dibutuhkan untuk sampai ke pantai adalah 35 km ÷ 30 km/jam = 1,67 jam atau setara dengan 70 menit.

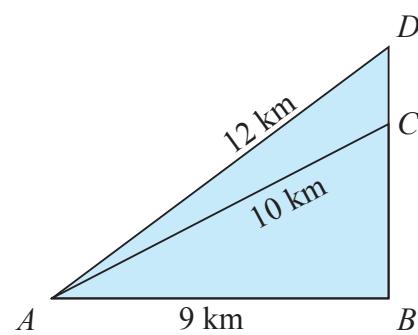
Ilustrasi gambar

Namun, jika Wachid tidak perlu menjemput Dani, maka menggunakan teorema Pythagoras dapat dicari jarak terpendek dari rumah Wachid ke pantai yaitu:

$$\sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400}$$

$$= \sqrt{625} = 25 \text{ km}$$

Dengan kecepatan 30 km/jam Wachid hanya memerlukan waktu 25 ÷ 30 = 0,83 jam atau setara dengan 50 menit.

Jadi, selisih waktu antara Wachid menjemput dengan tidak menjemput Dani adalah 70 − 50 = 20 menit.

Contoh 6.6

Dua pesawat sedang terbang melintasi kapal induk. Suatu radar yang berlokasi sejauh 9 km dari kapal induk mendeteksi bahwa posisi kedua pesawat tempur tersebut berjarak 10 km dan 12 km dari radar. Tentukan jarak kedua pesawat diukur berdasarkan ketinggiannya.

Alternatif Penyelesaian

Perhatikan bahwa masalah di atas bisa digambarkan seperti berikut.

Berdasarkan gambar di samping, jarak kedua pesawat yang dimaksud adalah panjang *CD*.

Untuk menentukan panjang *CD*, terlebih dahulu kita akan menentukan panjang *BC* dan *BD*.

Berdasarkan teorema Pythagoras,

$BC^2 = AC^2 - AB^2$

$= 10^2 - 9^2 = 100 - 81 = 19$

$BC = \sqrt{19} \approx 4{,}35$

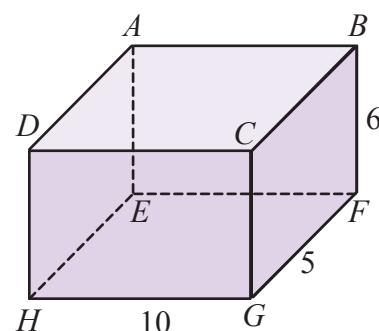
$BD^2 = AD^2 - AB^2$

$= 12^2 - 9^2 = 144 - 81 = 63$

$BD \quad = \sqrt{63} \approx 7{,}93$

$DC \quad = BD - BC = 7{,}93 - 4{,}35 = 3{,}58$

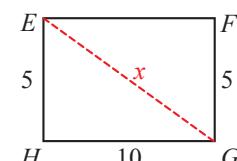
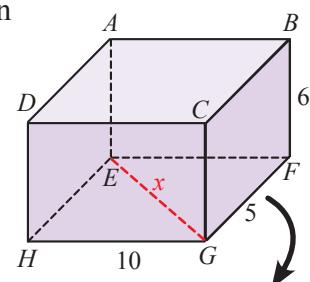
Sehingga jarak kedua pesawat adalah 3,58 km.

Selain pada bidang Kartesius, teorema Pythagoras juga diterapkan dalam bangun datar dan bangun ruang 3-dimensi (3-D). Banyak masalah nyata yang melibatkan bangun datar dan bangun 3-D. Khusus pada bangun 3-D, hal yang penting adalah gambar, karena sudut siku-siku sering tidak nampak seperti sudut siku-siku. Sehingga penting untuk menggambar bangun yang dimaksud untuk memperjelas sudut siku-sikunya.

Tentukan panjang AG dari balok di samping.

Untuk mempermudah, gambarlah dalam 2-D segitiga siku-siku yang terdapat EG kemudian berilah nama. Hanya ada 1 sisi yang diketahui, sehingga kita perlu menentukan segitiga siku-siku lainnya untuk menggunakannya.

Gambarlah $EFGH$ dan tunjukkan diagonal EG. Kemudian tandai EG sebagai x.

Gunakan teorema Pythagoras untuk menentukan panjang EG.

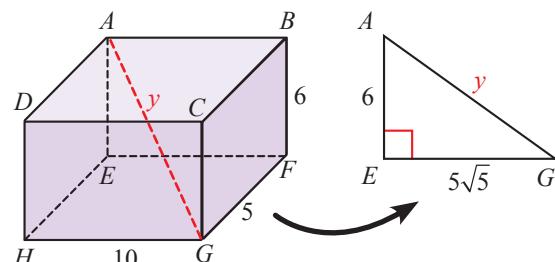
$x^2 = a^2 + b^2$

$x^2 = 5^2 + 10^2$

$x^2 = 25 + 100 = 125$

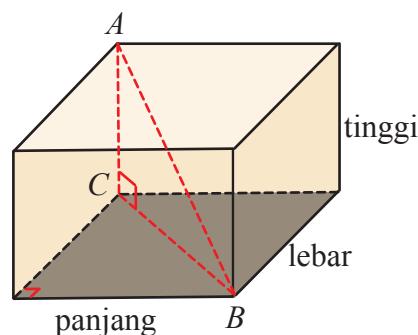
$x = \sqrt{125}$

$x = \sqrt{25 \times 5} = 5\sqrt{5}$

Tempatkan pada segitiga AEG. Beri nama sisi AG dengan y.

Selesaikan segitiga ini untuk AG.

$c^2 = a^2 + b^2$

$y^2 = 6^2 + (5\sqrt{5})^2$

$y^2 = 36 + 125 = 161$

$y = \sqrt{161} \approx 12{,}69$

Jadi, panjang AG adalah 12,69 satuan.

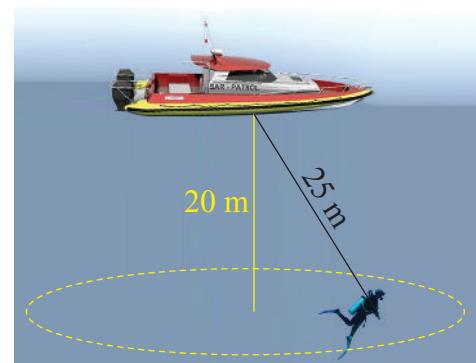
1. Jika suatu ruangan berbentuk balok, seperti tampak pada gambar di samping, dengan ukuran panjang, lebar, dan tinggi masing-masing p, l, dan t. Bagaimanakah cara untuk menentukan panjang AB? Jelaskan.

2. Perhatikan berbagai bentuk bangun ruang selain kubus dan balok. Temukan pemanfaatan teorema Pythagoras pada setiap bangun tersebut.

3. Andi dan Dina mengerjakan soal seperti berikut.

   "Jarak dua titik $(a, -11)$ dan $(3, -11)$ adalah 17 satuan. Berapakah nilai a?"

   Setelah menyelesaikannya, mereka memperoleh jawaban yang berbeda. Saat dicek dengan menggantikan nilai a pada kedua titik, ternyata jawaban keduanya benar. Berapakah nilai a yang diperoleh Andi dan Dina? Jelaskan bagaimana Andi dan Dina memperoleh jawaban yang berbeda.

Jelaskan bagaimana cara kalian menentukan panjang diagonal ruang di depan kelas. Kemudian diskusikan jawaban dengan teman kalian.

1. Tentukan jarak antara dua titik dari pasangan titik berikut.

   a. (10, 20), (13, 16)

   b. (15, 37), (42, 73)

   c. (−19, −16), (−2, 14)

2. Diketahui ΔABC dengan titik-titik $A(-1, 5)$, $B(-1, 1)$, dan $C(2, 1)$. Apakah segitiga ABC merupakan segitiga siku-siku? Jelaskan.

3. Tentukan luas daerah yang diarsir dari setiap gambar berikut.

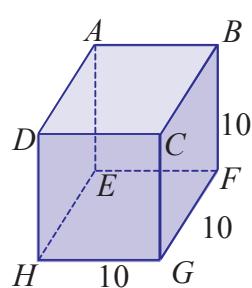
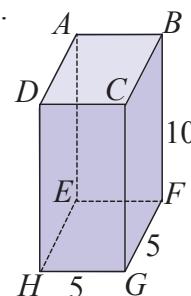
   a.

   b.

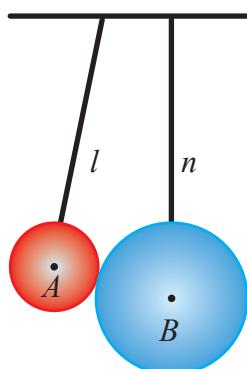
4. Guru meminta kalian untuk menentukan jarak antara dua titik (4, 2) dan (7, 6). Kamu menggunakan (4, 2) sebagai (x_1, y_1) sedangkan temanmu menggunakan (7, 6) sebagai (x_1, y_1). Apakah kamu dan temanmu memperoleh hasil yang sama? Jelaskan.

5. Ahmad dan Udin berdiri saling membelakangi untuk main tembak-tembakan pistol bambu. Ahmad berjalan 20 langkah ke depan kemudian 15 langkah ke kanan. Pada saat yang sama, Udin berjalan 16 langkah ke depan kemudian 12 langkah ke kanan. Udin berhenti kemudian menembak Ahmad.

   a. Gambar situasi di atas dengan menggunakan bidang Kartesius.

   b. Berapa langkah jarak mereka berdua saat Udin menembak Ahmad dengan pistol bambu?

6. Seorang atlet tenis mengajukan pertanyaan kepada wasit. Suara atlet mampu didengar wasit hanya pada jarak maksimum 30 kaki. Berdasarkan posisi wasit dan atlet tenis pada gambar berikut, dapatkah wasit mendengar suara sang atlet? Jelaskan jawaban kalian.

7. Tinggi sebuah jendela lantai 2 pada sebuah gedung kira-kira 8 meter. Di depan gedung tersebut ada sebuah taman dengan lebar 6 m. Berapakah panjang tangga minimum yang dibutuhkan agar kaki-kaki tangga tidak merusak taman tersebut?

8. Seorang penyelam dari Tim SAR mengaitkan dirinya pada tali sepanjang 25 m untuk mencari sisa-sisa bangkai pesawat di dasar laut. Laut diselami memiliki kedalaman 20 meter dan dasarnya rata. Berapakah luas daerah yang mampu dijangkau oleh penyelam tersebut?

9. Tentukan panjang AG dari bangun berikut.

a.

b.

10.

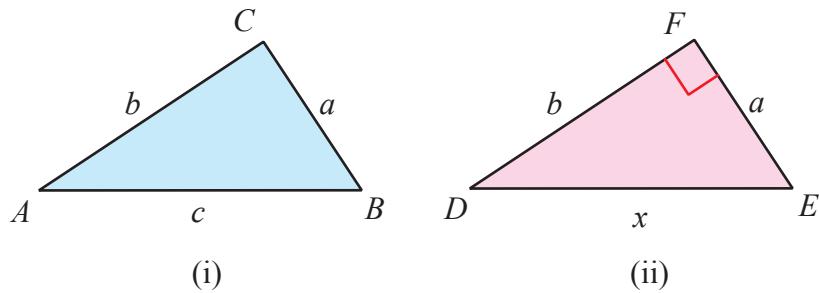
Bola A dan bola B digantung pada suatu kawat lurus seperti pada gambar di samping.

Diameter Bola A dan Bola B berturut-turut adalah 8 dan 18. Jika jarak ujung tali l dan n pada kawat adalah 5 dan panjang tali l adalah 10, berapakah panjang minimum tali n agar kedua tali bisa sejajar dan bola tidak saling menekan?

(OMV, 2013)

Kebalikan Teorema Pythagoras

Di **Kegiatan 6.1**, kalian telah mengamati bahwa jika diberikan suatu segitiga siku-siku, maka berlaku kuadrat panjang hipotenusa sama dengan jumlah dari kuadrat panjang kedua sisi tegaknya. Nah, bagaimana jika dibalik? Jika x, y, dan z adalah panjang ketiga sisi suatu segitiga dan ketiganya memenuhi teorema Pythagoras, apakah segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku? Ayo kita cari kebenarannya dengan mengikuti **Kegiatan 6.2** ini.

Berdasarkan teorema Pythagoras, kita dapat membuat pernyataan yang berkebalikan dari teorema.

Teorema Pythagoras menyatakan bahwa:

Untuk ΔABC, jika $\angle C$ adalah sudut siku-siku, maka $c^2 = a^2 + b^2$.

Kebalikan dari teorema Pythagoras adalah:

Untuk ΔABC, jika $c^2 = a^2 + b^2$, maka $\angle C$ adalah sudut siku-siku.

Selanjutnya kita akan menyelidiki pernyataan dari kebalikan Teorema Pythagoras tersebut.

Gambar 6.13

Perhatikan **Gambar 6.13** di atas.

Dari **Gambar 6.13**(i) diketahui bahwa $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$. Apakah $\angle ACB$ adalah siku-siku?

Dalam **Gambar 6.13**(ii), panjang $DE = x$, $DF = b$, dan $EF = a$, dan $\angle DFE$ adalah siku-siku, sehingga $\boldsymbol{x^2 = a^2 + b^2}$.

Dari **Gambar 6.13**(i): $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$ (diketahui)

Dari **Gambar 6.13**(ii): $\boldsymbol{x^2 = a^2 + b^2}$ (teorema Pythagoras)

Karena ruas kanan keduanya sama, yakni $\boldsymbol{a^2 + b^2}$, maka ruas kiri pastilah sama, sehingga $\boldsymbol{c^2 = x^2}$ dan $c = x$.

Dengan demikian, tiga sisi pada ΔABC tepat sama panjangnya dengan ketiga sisi pada ΔDEF. Oleh karena itu, ΔABC bentuk dan ukurannya sama dengan ΔDEF, yang mengakibatkan $n\angle ACB = n\angle DFE$. Karena $\angle DFE$ adalah siku-siku, maka $\angle ACB$ juga siku-siku. Hal ini menunjukkan bahwa kebalikan dari teorema Pythagoras merupakan pernyataan yang benar.

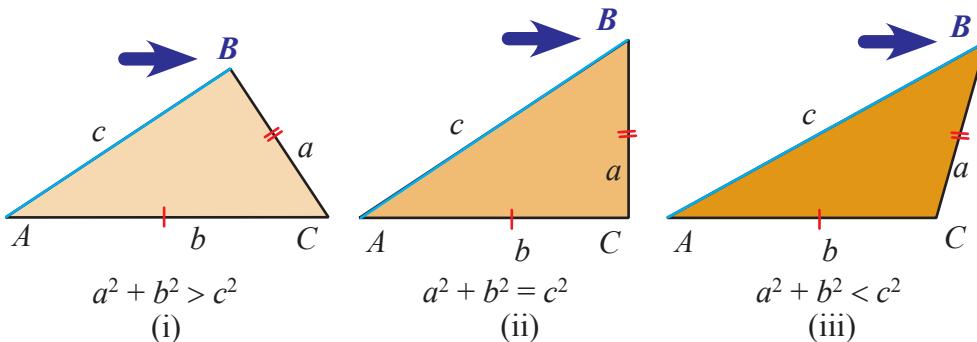
Misalkan ΔACB dengan a, b, dan c panjang sisi dihadapan sudut A, B, dan C. Kebalikan teorema Pythagoras mengakibatkan:

> Jika $\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2}$, maka ΔACB siku-siku di A.
>
> Jika $\boldsymbol{b^2 = a^2 + c^2}$, maka ΔACB siku-siku di B.
>
> Jika $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$, maka ΔACB siku-siku di C.

Menentukan Jenis Segitiga

Setelah mempelajari teorema Pythagoras dan kebalikan dari teorema tersebut, lantas bagaimana jika kita diberikan ukuran panjang tiga sisi suatu segitiga namun tidak memenuhi persamaan dari teorema Pythagoras? Termasuk jenis segitiga yang bagaimana? Apakah teorema Pythagoras bisa berlaku untuk semua jenis segitiga?

Dengan menggunakan kebalikan dari teorema Pythagoras, kita bisa menguji apakah segitiga yang telah diketahui panjang ketiga sisinya merupakan segitiga siku-siku atau bukan segitiga siku-siku. Selain itu, kita juga bisa menentukan segitiga lancip atau segitiga tumpul dengan menggunakan kebalikan dari teorema Pythagoras. Lakukan kegiatan berikut untuk menentukan jenis segitiga jika panjang sisi-sisinya sudah diketahui.

1. Sediakan lidi dan potong menjadi berbagai ukuran, antara lain 6 cm, 8 cm, 10 cm, 12 cm, dan 13 cm.
2. Ambil tiga lidi dengan panjang masing-masing 6 cm, 8 cm, dan 10 cm.
3. Buatlah segitiga dari ketiga lidi tersebut dan tempelkan di atas kertas.
4. Amati segitiga yang terbentuk dari ketiga lidi. Jenis segitiga apakah yang dapat kalian lihat?
5. Lakukan langkah nomor 2 dan 4 untuk tiga lidi yang berukuran 8 cm, 12 cm, dan 13 cm.
6. Lakukan langkah nomor 2 dan 4 untuk tiga lidi yang berukuran 6 cm, 8 cm, dan 12 cm.

Berdasarkan ketiga segitiga yang telah kalian buat, buatlah pertanyaan terkait dengan hubungan panjang ketiga sisi segitiga. Misalnya, bagaimanakah hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga pertama? Bagaimanakah hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga kedua?

Perhatikan **Gambar 6.14** berikut.

Gambar 6.14

Untuk ΔACB dengan panjang sisi-sisinya a, b, dan c:

- Jika $c^2 < a^2 + b^2$, maka ΔACB merupakan segitiga lancip di C. Sisi c dihadapan sudut C.
- Jika $c^2 > a^2 + b^2$, maka ΔACB merupakan segitiga tumpul di C.

Suatu segitiga dengan panjang ketiga sisinya berturut-turut 17 cm, 25 cm, dan 38 cm. Apakah segitiga yang dimaksud adalah segitiga siku-siku?

Misalkan panjang sisi yang terpanjang dari segitiga tersebut adalah c, maka

$a = 17$ cm, $b = 25$ cm, dan $c = 38$ cm.

$c^2 = 38^2 = 1.444$

$a^2 + b^2 = 17^2 + 25^2 = 289 + 625 = 914$

Karena $c^2 \neq a^2 + b^2$, berarti bahwa segitiga yang dimaksud bukan segitiga siku-siku. Karena $c^2 > a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut merupakan segitiga tumpul.

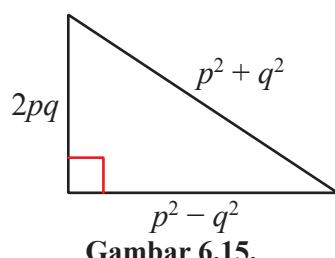
Menemukan dan Memeriksa Tripel Pythagoras

Panjang sisi-sisi dari segitiga siku-siku sering kali dinyatakan dalam tiga bilangan asli. Nah, tiga bilangan asli yang memenuhi persamaan pada teorema Pythagoras disebut **tripel Pythagoras**.

Kita menguji tripel Pythagoras dengan menguadratkan panjang hipotenusa, yakni c^2, kemudian menghitung $a^2 + b^2$. Jika kedua penghitungan tersebut memiliki nilai yang sama, maka ketiga bilangan tersebut adalah tripel Pythagoras.

Bilangan 3, 4, dan 5 membentuk tripel Pythagoras karena $3^2 + 4^2 = 25$ dan $5^2 = 25$. Jika kita mengalikan ketiga bilangan tersebut dengan bilangan lain, tiga bilangan yang baru juga akan membentuk tripel Pythagoras. Misalnya, jika kita mengalikan 3, 4 dan 5 dengan 5, kita mendapatkan 15, 20, dan 25. Ketiga bilangan ini memenuhi teorema Pythagoras.

Cek:

$c^2 = 25^2 = 625$

$a^2 + b^2 = 15^2 + 20^2 = 625$, sehingga

$c^2 = a^2 + b^2$.

Aljabar dapat digunakan untuk menentukan himpunan bilangan yang merupakan tripel Pythagoras. Terdapat dua cara yang dapat dilakukan. Salah satunya seperti berikut.

Cara ini meminta kita untuk menentukan sebarang dua bilangan dan menerapkan aturan kepada dua bilangan yang telah ditentukan, untuk selanjutnya menghasilkan tripel Pythagoras.

Perhatikan **Gambar 6.15**.

Gambar 6.15.

Panjang sisi segitiga siku-siku adalah $(p^2 + q^2)$, $(p^2 - q^2)$, dan $2pq$. Dengan ukuran panjang itu, ketiganya akan membentuk tripel Pythagoras. Kita akan menguji dengan melakukan kegiatan berikut.

Isilah tabel berikut dengan sebarang dua bilangan asli p dan q sedemikian sehingga $p > q$, dengan tujuan untuk menentukan tiga bilangan yang membentuk tripel Pythagoras.

p	q	$(p^2 + q^2)$	$(p^2 - q^2)$	$2pq$	Hubungan	Tripel Pythagoras
2	1	$2^2 + 1^2 = 5$	$2^2 - 1^2 = 3$	$2 \times 2 \times 1 = 4$	$5^2 = 3^2 + 4^2$	5, 3, 4
3	1	$3^2 + 1^2 = 10$	$3^2 - 1^2 = 8$	$2 \times 3 \times 1 = 6$	$10^2 = 8^2 + 6^2$	10, 8, 6
3	2	$3^2 + 2^2 = 13$				
4	1					
4	2					
4	3					
5	1					
5	2					
5	3					
5	4					

Setelah melengkapi tabel di atas, kita sudah menemukan beberapa tripel Pythagoras. Kalian bisa menentukan tripel Pythagoras lainnya berdasarkan ketentuan yang sudah diberikan.

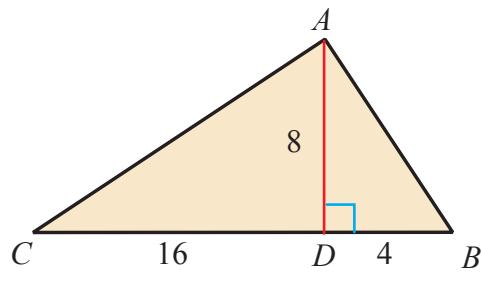
Berdasarkan pengamatan kalian, kalian mungkin bertanya mengapa panjang sisi segitiga siku-siku harus $(p^2 + q^2)$, $(p^2 - q^2)$, dan $2pq$? Apakah sisi-sisi tersebut memenuhi teorema Pythagoras? Buatlah pertanyaan selain yang sudah disebutkan terkait dengan tripel Pythagoras. Silakan ajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru atau teman kalian.

Selain dengan menggunakan cara seperti pada tabel di atas, kita bisa mencari bilangan-bilangan yang memenuhi tripel Pythagoras dengan cara seperti berikut.

1. Pilihlah sebarang bilangan ganjil dan bilangan ini kita jadikan sebagai panjang sisi terpendek dari segitiga.
2. Gunakan rumus $M = \frac{S^2 - 1}{2}$ dengan S = panjang sisi terpendek untuk kemudian menghitung M merupakan sisi tegak lainnya.
3. Kalian telah mendapatkan dua sisi tegak dari segitiga. Untuk mencari panjang hipotenusa, gunakan rumus $c^2 = a^2 + b^2$.

Dengan mengambil sebarang satu bilangan ganjil sebagai nilai S, buktikan bahwa cara kedua di atas juga bisa membuat tripel Pythagoras.

Perhatikan pada informasi yang telah kalian ketahui tentang tripel Pythagoras dengan menggunakan rumus $M = \frac{S^2 - 1}{2}$. Mengapa aturan ini hanya berhasil jika sisi terpendeknya adalah bilangan ganjil?

Diskusikan jawaban Ayo Kita Bernalar di atas dengan teman kalian. Kemudian, sampaikan hasil menalar kalian di kelas.

1. Manakah di antara kelompok tiga bilangan berikut yang membentuk segitiga siku-siku, segitiga lancip, dan segitiga tumpul?

   a. 13, 9, 11
   b. 8, 17, 15
   c. 130, 120, 50
   d. 12, 16, 5
   e. 10, 20, 24
   f. 18, 22, 12
   g. 1,73; 2,23; 1,41
   h. 12, 36, 35

2. Manakah di antara kelompok tiga bilangan berikut yang merupakan tripel Pythagoras?

   a. 10, 12, 14
   b. 7, 13, 11
   c. $6, 2\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2}$

3. Tentukan apakah ΔKLM dengan titik $K(6, -6)$, $L(39, -12)$, dan $M(24, 18)$ adalah segitiga sebarang, segitiga sama kaki, atau segitiga sama sisi. Jelaskan jawaban kalian.

4. Jika 32, x, 68 adalah tripel Pythagoras. Berapakah nilai x? Tunjukkan bagaimana kalian mendapatkannya.

5. Bilangan terkecil dari tripel Pythagoras adalah 33. Tentukan tripel Pythagoras. Jelaskan bagaimana kalian menemukan dua bilangan lainnya.

6. Bingkai jendela yang terlihat berbentuk persegi panjang dengan tinggi 408 cm, panjang 306 cm, dan panjang salah satu diagonalnya 525 cm. Apakah bingkai jendela tersebut benar-benar persegi panjang? Jelaskan.

7. Panjang sisi-sisi segitiga adalah 1 cm, $2a$ cm, dan $3a$ cm. Buktikan bahwa ketiga ukuran tersebut bukan merupakan tripel Pythagoras.

   a. Jika $(p - q)$, p, $(p + q)$ membentuk tripel Pythagoras, tentukan hubungan antara p dan q.

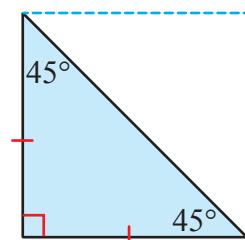
   b. Jika $p = 8$, tentukan tripel Pythagoras.

8. Perhatikan ΔABC berikut ini. $BD = 4$ cm, $AD = 8$ cm, dan $CD = 16$ cm.

   a. Tentukan panjang AC.

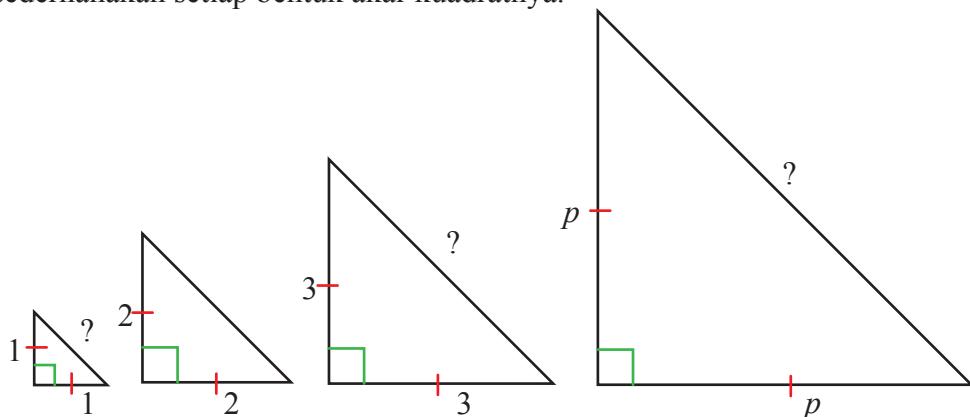
   b. Tentukan panjang AB.

   c. Apakah ΔABC adalah segitiga siku-siku? Jelaskan.

9. Diketahui persegi panjang $ABCD$. Terdapat titik P sedemikian sehingga $PC = 8$ cm, $PA = 6$ cm, dan $PB = 10$ cm. Dapatkah kalian menentukan jarak titik P ke D? Bagaimana kalian menemukannya?

Menemukan Perbandingan Sisi-sisi pada Segitiga Siku-siku Sama kaki

Teorema Pythagoras dapat digunakan untuk melakukan penyelidikan terhadap sifat menarik dari segitiga siku-siku sama kaki dan segitiga siku-siku yang besar sudutnya 30° - 60° - 90°. Dalam kegiatan ini kita akan menemukan hubungan antarpanjang sisi pada segitiga siku-siku sama kaki dan segitiga siku-siku 30° - 60° - 90°.

Salah satu dari segitiga khusus adalah segitiga siku-siku sama kaki dengan besar ketiga sudutnya adalah 45º - 45º - 90º. Setiap segitiga siku-siku sama kaki adalah setengah dari persegi.

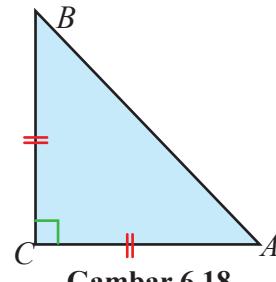
Gambar 6.16

Buatlah pertanyaan yang terkait dengan panjang sisi segitiga siku-siku sama kaki. Misalnya, "Bagaimana hubungan antara ketiga sisi pada segitiga siku-siku sama kaki? Bagaimana menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku sama kaki jika hanya salah satu panjang sisi segitiga yang diketahui?" Kalian bisa mengajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru atau teman kalian.

Untuk menjawab pertanyaan yang mungkin kalian pikirkan, lakukan kegiatan di bawah ini.

Dengan menggunakan teorema Pythagoras, tentukan panjang sisi hipotenusa setiap segitiga siku-siku sama kaki pada **Gambar 6.17** di bawah. Kemudian, sederhanakan setiap bentuk akar kuadratnya.

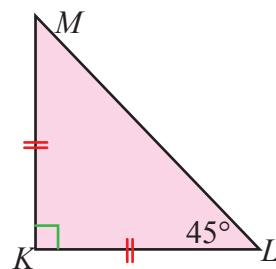
Gambar 6.17

Salin dan lengkapi tabel berikut.

Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	5	6	...	10	...	p
Panjang hipotenusa										

Perhatikan panjang hipotenusa setiap kolom yang telah kalian lengkapi. Bagaimanakah pola yang terbentuk dari panjang sisi siku-siku dan panjang sisi miring pada segitiga siku-siku sama kaki?

Jika diberikan segitiga siku-siku sama kaki ABC, tentukan rasio $AB : AC : BC$.

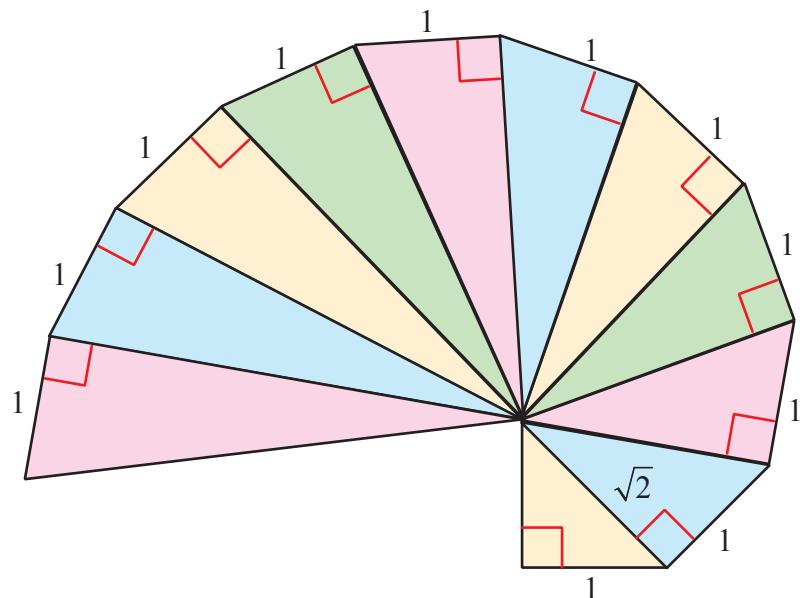
Gambar 6.18

Dengan menggunakan kalimat kalian sendiri, tentukan hubungan panjang ketiga sisi dari segitiga siku-siku sama kaki. Sampaikan di depan kelas dan bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.

Diskusikan jawaban **Ayo Kita Bernalar** di atas dengan teman kalian. Kemudian, sampaikan hasil menalar kalian di kelas.

Untuk lebih memahami penggunaan rasio panjang sisi segitiga siku-siku sama kaki, amatilah contoh berikut.

Perhatikan gambar di samping. Diketahui segitiga siku-siku ΔKLM dengan panjang KL = 8 cm, dan $\angle KLM = 45°$. Tentukan panjang LM.

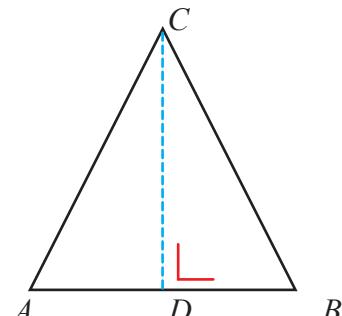
$$KL : LM = 1 : \sqrt{2}$$
$$8 : LM = 1 : \sqrt{2}$$
$$LM \times 1 = 8 \times \sqrt{2}$$
$$LM = 8\sqrt{2}$$

Jadi, panjang LM adalah $8\sqrt{2}$ cm.

Gambar di bawah diberi nama sesuai dengan pembuatnya, yakni Theodorus dari Cyrene, masyarakat Yunani awal. Theodorus adalah orang yang berpaham seperti Pythagoras.

Roda Theodorus dimulai dengan segitiga siku-siku dengan panjang kedua sisinya adalah 1 satuan panjang dan bergerak berlawanan arah jarum jam seperti berikut.

Gambar 6.19 Roda Theodorus

Tentukan panjang hipotenusa pada segitiga siku-siku terakhir dari Roda Theodorus di atas. (***Alternatif penyelesaian*** kami tinggalkan untuk latihan kalian)

Menentukan perbandingan panjang sisi segitiga yang bersudut 30º – 60º – 90º

Salah satu dari segitiga khusus lainnya adalah segitiga dengan besar ketiga sudutnya adalah 30° - 60° - 90°. Bagaimana cara kita menentukan hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga ini? Sama halnya pada segitiga siku-siku sama kaki, kita bisa dengan mudah menentukan panjang salah satu sisi segitiga siku-siku yang bersudut 30° – 60° – 90° meskipun hanya diketahui salah satu panjang sisinya. Untuk mengetahui bagaimana caranya, lakukan kegiatan berikut.

Perhatikan segitiga *ABC* pada **Gambar 6.20** di samping.

Segitiga *ABC* adalah segitiga sama sisi. Garis *CD* adalah garis simetri segitiga *ABC*.

Gambar 6.20

1. Berapakah besar ketiga sudut segitiga *ABC*?
2. Berapakah besar sudut di bawah ini?

    a. $\angle ACD$

    b. $\angle ADC$

    c. $\angle BCD$

    d. $\angle BDC$
3. Bagaimanakah panjang ruas garis *AD* dan *BD*?
4. Berapakah perbandingan panjang sisi *BD* dan *AB*? Berapakah perbandingan panjang sisi *BD* dan *BC*?
5. Perhatikan segitiga *BDC*. Jika diketahui panjang *BC* = 20 cm, tentukan:

    a. panjang *BD*,

    b. panjang *CD*.

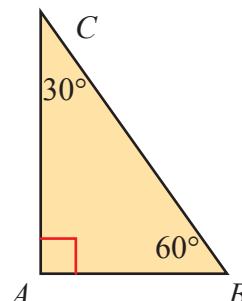
Buatlah pertanyaan yang terkait dengan panjang sisi segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90°. Misalnya, “Bagaimana hubungan antara ketiga sisi pada segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90°? Bagaimana menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90° jika hanya salah satu panjang sisi segitiga yang diketahui?” Kalian bisa mengajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru atau teman kalian.

Untuk menjawab pertanyaan yang mungkin kalian pikirkan, lakukan kegiatan di bawah ini.

Berikut adalah tabel yang berisi tentang panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku 30° - 60° - 90°. Gunakan teorema Pythagoras untuk melengkapi tabel berikut.

Panjang sisi siku-siku terpendek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang hipotenusa										
Panjang sisi siku-siku yang lain										

Setelah melengkapi tabel di atas, jawab pertanyaan berikut.

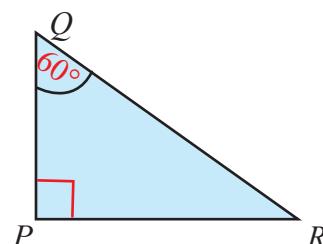
Apakah kalian melihat pola pada panjang sisi-sisi segitiga siku-siku 30º – 60º – 90º? Jika ya, bagaimanakah polanya?

Jika panjang sisi terpendek segitiga siku-siku 30º – 60º – 90º adalah *a* satuan, berapakah panjang sisi miring dan sisi siku-siku yang lain?

Apakah pola tersebut juga bisa berlaku untuk segitiga siku-siku yang lain? Jelaskan.

Jika diberikan segitiga siku-siku ABC dengan besar $\angle ABC = 60^o$, berapakah rasio $AB : BC : AC$.

Gambar 6.21

Dengan menggunakan kalimat kalian sendiri, buatlah kesimpulan tentang hubungan panjang ketiga sisi dari segitiga siku-siku $30^o - 60^o - 90^o$. Sampaikan di depan kelas dan bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.

Diskusikan jawaban **Ayo Kita Menalar** di atas dengan teman kalian. Kemudian, sampaikan hasil menalar kalian di kelas.

Untuk lebih memahami penggunaan rasio panjang sisi segitiga siku-siku dengan sudut 30^o - 60^o - 90^o, amatilah contoh berikut.

Gambar di samping menunjukkan ΔPQR dengan siku-siku di P dan QR = 8 cm dan $\angle Q = 60°$. Tentukan:

a. Panjang PQ
b. Panjang PR

a. $QR : PQ = 2 : 1$

$8 : PQ = 2 : 1$

$PQ \times 2 = 8 \times 1$

$$PQ = \frac{8}{2}$$

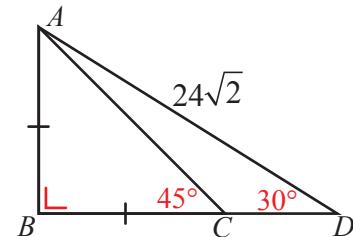
$PQ = 4$

Jadi, panjang $PQ = 4$ cm.

b. $PR : QR = \sqrt{3} : 2$

$PR : 8 = \sqrt{3} : 2$

$PR \times 2 = 8 \times \sqrt{3}$

$$PR = \frac{8\sqrt{3}}{2}$$

$PR = 4\sqrt{3}$

Jadi, panjang $PR = 4\sqrt{3}$ cm.

Setelah kalian mempelajari dua segitiga siku-siku khusus, selesaikan masalah berikut.

Perhatikan gambar di samping. Tentukan panjang AC.

Perhatikan segitiga siku-siku *ABD*.

$AB : AD = 1 : 2$

$AB : 24\sqrt{2} = 1 : 2$

$\frac{AB}{24\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

$AB = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{2}$

$AB = 12\sqrt{2}$

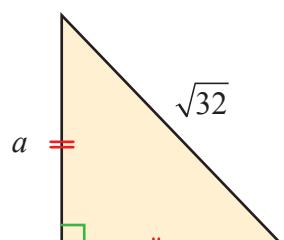
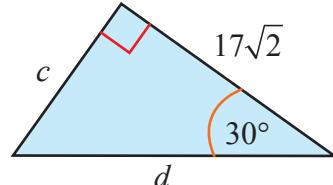
Perhatikan segitiga siku-siku ABC

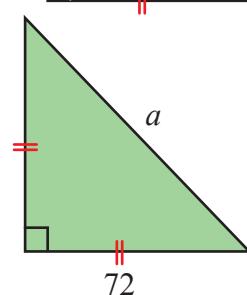
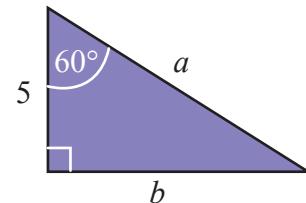
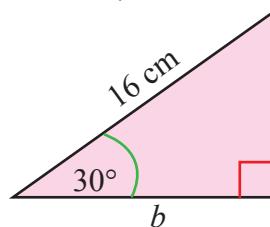
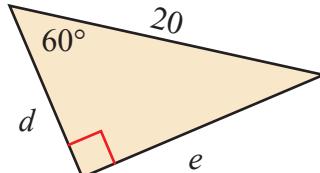
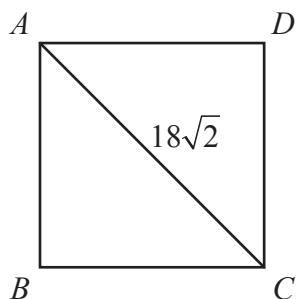
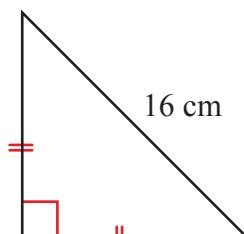
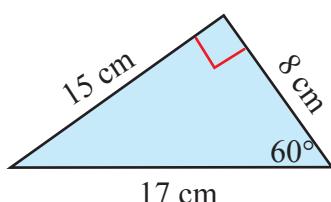
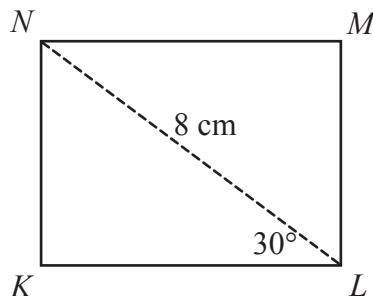
$AB : AC = 1 : \sqrt{2}$

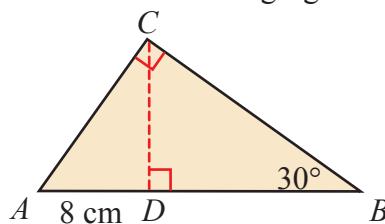
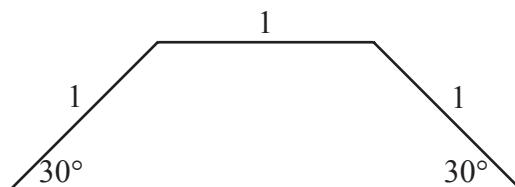
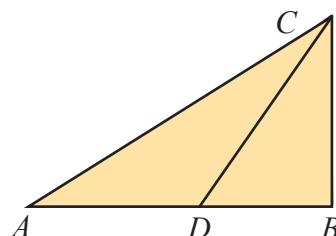
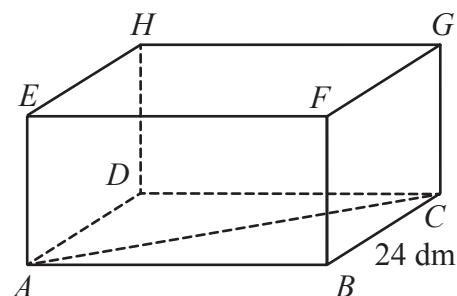
$12\sqrt{2} : AC = 1 : \sqrt{2}$

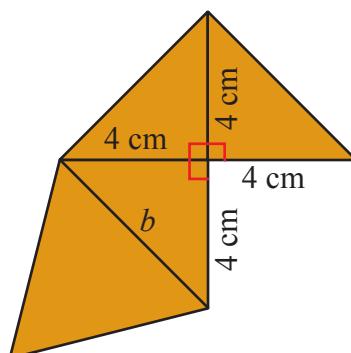
$\frac{12\sqrt{2}}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$12\sqrt{2} \times \sqrt{2} = AC$

$AC = 24$

Jadi, panjang *AC* adalah 24 cm.

Ayo Kita Berlatih 6.4

1. Tentukan panjang sisi yang ditunjukkan oleh *huruf* pada setiap gambar di bawah.

a.

d.

b.

e.

c.

f.

2. Tentukan keliling persegi *ABCD* berikut.

3. Tentukan luas segitiga berikut.

4. Apa yang salah dengan gambar di bawah ini? Jelaskan.

5. Tentukan luas persegi panjang *KLMN* berikut.

6. Perhatikan gambar segitiga siku-siku *ABC* di bawah. Tentukan:
   a. keliling segitiga *ABC,*
   b. tentukan luas segitiga *ABC.*

7. Tentukan luas trapesium di bawah ini.

8. Perhatikan gambar segitiga ABC di bawah ini. Diketahui $\angle ABC = 90°$, $\angle CDB = 45°$, $\angle CAB = 30°$, dan $AD = 2$ cm. Tentukan panjang BC.

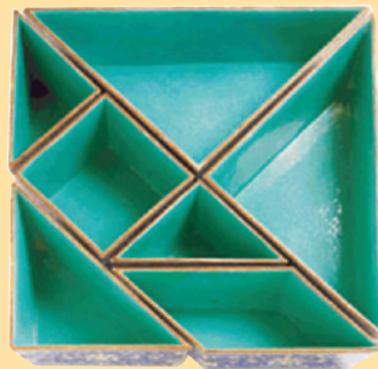
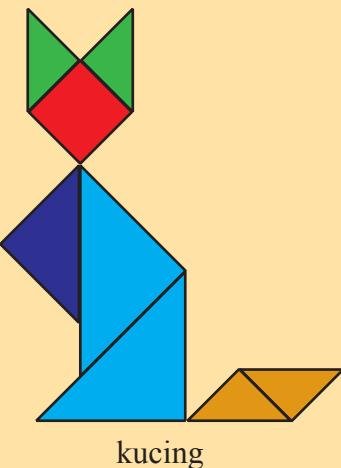
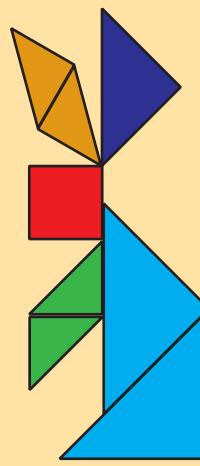
9. Perhatikan balok $ABCD.EFGH$ di samping.

   Jika besar $\angle BCA = 60^o$, tentukan:

   a. panjang AC,

   b. luas bidang $ACGE$.

10. Gambar di samping adalah jaring-jaring piramida segitiga.

    a. Berapakah panjang b?

    b. Berapakah luas permukaan piramida?

Ayo Kita Mengerjakan Projek 6

Kumpulan mangkuk *qi qiao* di samping dapat disusun menjadi persegi dengan ukuran 37 cm × 37 cm atau bentuk lain. Setiap mangkuk memiliki kedalaman 10 cm. Biasanya digunakan untuk menyajikan permen, kacang-kacangan, kismis, atau makanan ringan lainnya.

Qi qiao atau tangram ini berasal dari Cina dan terdiri dari tujuh bagian, yakni lima segitiga siku-siku sama kaki, persegi, dan jajargenjang. Tangram tersebut dapat disusun menjadi persegi atau ratusan bentuk lainnya (di bawah ini beberapa bentuk lainnya dari susunan tangram).

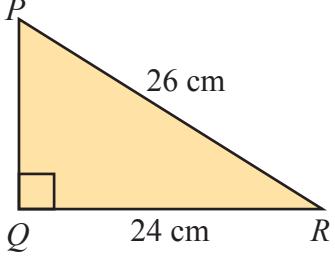
a. Jika luas persegi berwarna merah adalah 4 cm^2, tentukan ukuran keenam bangun penyusun tangram lainnya.

b. Tentukan susunan tangram yang membentuk Angsa serta Kuda dan Pengendaranya.

c. Buatlah tujuh bentuk benda/objek lain dari tangram.

Pertanyaan berikut akan membantu kalian untuk merangkum apa yang telah kalian pelajari.

1. Nyatakan teorema Pythagoras.
2. Jika diketahui panjang dua sisi suatu segitiga siku-siku, bagaimana cara kalian menentukan panjang sisi yang ketiga?
3. Bagaimanakah cara kalian menentukan suatu segitiga adalah segitiga siku-siku jika hanya diketahui panjang ketiga sisinya?
4. Apakah kelipatan suatu tripel Pythagoras adalah tripel Pythagoras juga? Jelaskan.
5. Bagaimanakah hubungan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku sama kaki?
6. Bagaimanakah hubungan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 60°?
7. Bagaimanakah cara kalian menentukan panjang sisi persegi jika kalian mengetahui luasnya?
8. Bagaimana kalian menentukan panjang ruas garis yang menghubungkan dua titik pada bidang Kartesius?
9. Jelaskan dengan menggunakan kalimat dan simbol-simbol untuk menentukan
   a. panjang diagonal persegi yang panjang sisinya s.
   b. panjang diagonal persegi panjang yang panjang sisinya p dan l.
   c. tinggi segitiga sama sisi yang panjang sisinya s.
10. Carilah permasalahan nyata yang dapat diselesaikan dengan teorema Pythagoras sekaligus tentukan selesaiannya.

Pada segitiga siku-siku terdapat **hipotenusa**, *yakni sisi yang paling panjang dan berada di hadapan sudut siku-siku.*
Teorema Pythagoras *menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku berlaku jumlah kuadrat sisi siku-sikunya sama dengan kuadrat hipotenusanya.*
Jika a, b, dan c panjang suatu segitiga dan ketiganya merupakan **bilangan asli**, *serta* **memenuhi teorema Pythagoras**, *maka a, b, c disebut* **tripel Pythagoras**.
Jika a, b, dan c adalah sisi-sisi suatu segitiga dan c adalah **sisi terpanjang**, *serta memenuhi persamaan* $a^2 + b^2 = c^2$, *maka segitiga tersebut adalah* **segitiga siku-siku**.

A. Pilihan Ganda

1. Diketahui segitiga KLM dengan panjang sisi-sisinya k, l, dan m. Pernyataan berikut yang benar dari segitiga KLM adalah ....

   A. Jika $m^2 = l^2 + k^2$, besar $\angle K = 90^o$.

   B. Jika $m^2 = l^2 - k^2$, besar $\angle M = 90^o$.

   C. Jika $m^2 = k^2 - l^2$, besar $\angle L = 90^o$.

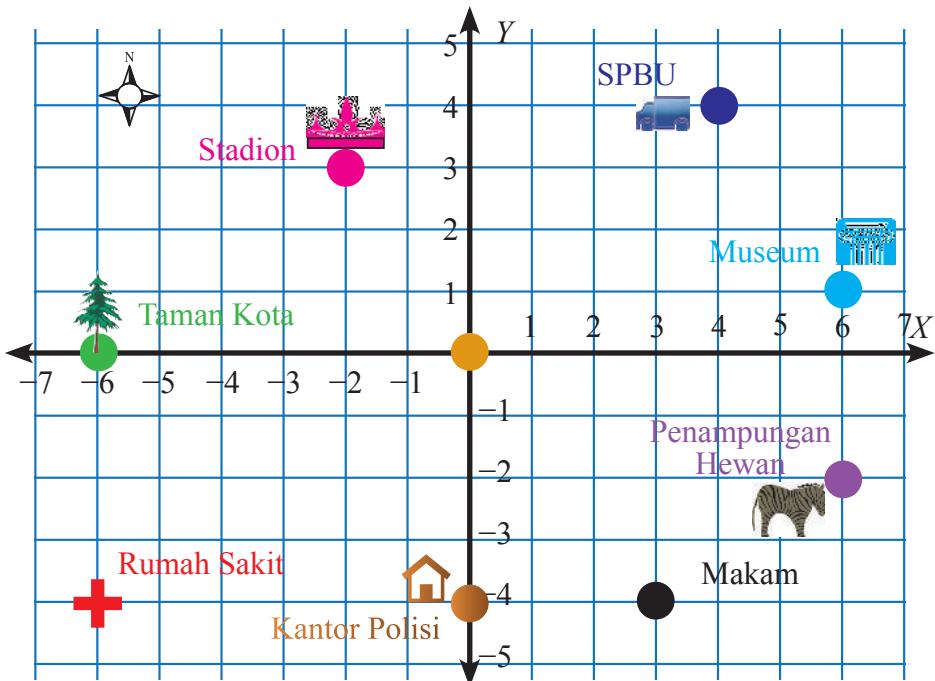
   D. Jika $k^2 = l^2 + m^2$, besar $\angle K = 90^o$.

2. Perhatikan gambar berikut.

   Panjang sisi PQ = ... cm.

   A. 10   C. 13

   B. 12   D. 14

3. Diketahui kelompok tiga bilangan berikut.

   (i) 3, 4, 5   (iii) 7, 24, 25

   (ii) 5, 13, 14   (iv) 20, 21, 29

   Kelompok bilangan di atas yang merupakan tripel Pythagoras adalah ....

   A. (i), (ii), dan (iii)   C. (ii) dan (iv)

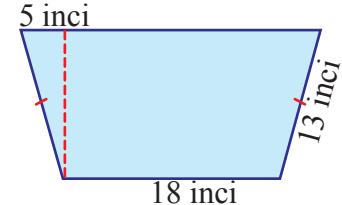
   B. (i) dan (iii)   D. (i), (ii), (iii), dan (iv)

4. (i) 3 cm, 5 cm, 6 cm   (iii) 16 cm, 24 cm, 32 cm

   (ii) 5 cm, 12 cm, 13 cm   (iv) 20 cm, 30 cm, 34 cm

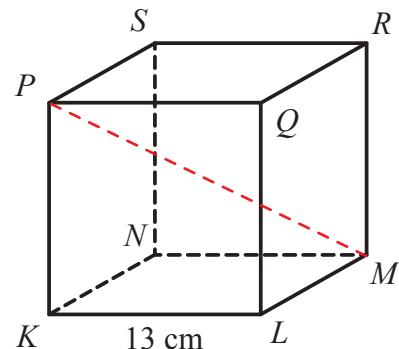
   Ukuran sisi yang membentuk segitiga lancip ditunjukkan oleh ....

   A. (i) dan (ii)   C. (ii) dan (iii)

   B. (i) dan (iii)   D. (iii) dan (iv)

5. Diketahui suatu layang-layang berkoordinat di titik $K(-5, 0)$, $L(0, 12)$, $M(16, 0)$, dan $N(0, -12)$. Keliling layang-layang $KLMN$ adalah ....
   A. 33 satuan
   B. 52 satuan
   C. 66 satuan
   D. 80 satuan

6. Jika segitiga siku-siku PQR dengan panjang sisi siku-sikunya 4 dm dan 6 dm, maka panjang hipotenusa dari ΔPQR adalah ....
   A. 52 dm
   B. 10 dm
   C. $2\sqrt{13}$ dm
   D. $\sqrt{26}$ dm

7. Perhatikan peta yang dibuat Euclid di bawah.

Bangunan manakah yang berjarak $\sqrt{40}$ satuan?
   A. Taman Kota dan Stadion
   B. Pusat Kota dan Museum
   C. Rumah Sakit dan Museum
   D. Penampungan Hewan dan Kantor polisi

8. Di antara ukuran panjang sisi segitiga berikut, manakah yang membentuk segitiga siku-siku?

   A. 10 cm, 24 cm, 26 cm
   B. 5 cm, 10 cm, $\sqrt{50}$ cm
   C. 4 cm, 6 cm, 10 cm
   D. 8 cm, 9 cm, 15 cm

9. Suatu segitiga siku-siku memiliki panjang hipotenusa 17 cm dan panjang salah satu sisi tegaknya adalah 15 cm. Panjang sisi tegak lainnya adalah ....

   A. 6 cm
   B. 8 cm
   C. 12 cm
   D. 16 cm

10. Panjang hipotenusa dan tinggi suatu segitiga siku-siku berturut-turut 25 cm dan 24 cm. Keliling segitiga tersebut ...

    A. 49 cm
    B. 56 cm
    C. 66 cm
    D. 74 cm

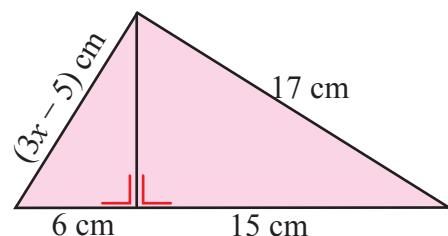
11. Panjang sisi siku-siku suatu segitiga siku-siku berturut-turut adalah $4a$ cm dan $3a$ cm. Jika panjang sisi hipotenusanya adalah 70 cm, keliling segitiga tersebut adalah ....

    A. 136 cm
    B. 144 cm
    C. 168 cm
    D. 192 cm

12. Sebuah kapal berlayar ke arah utara sejauh 11 km kemudian kapal tersebut berbelok ke arah barat dan berlayar sejauh 9 km. Jarak kapal dari titik awal keberangkatan ke titik akhir adalah ....

    A. $\sqrt{102}$ km
    B. 102 km
    C. $\sqrt{202}$ km
    D. 202 km

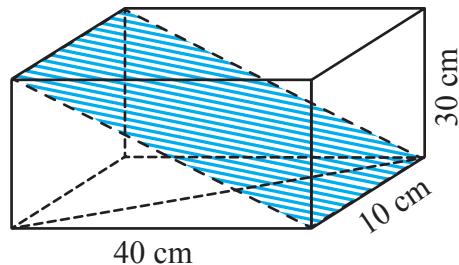
13. Luas trapesium pada gambar di samping adalah ....

    a. 246 inci^2
    b. 266,5 inci^2
    c. 276 inci^2
    d. 299 inci^2

14. Kubus *KLMN.PQRS* di samping memiliki panjang rusuk 13 cm. Panjang *KM* adalah ....

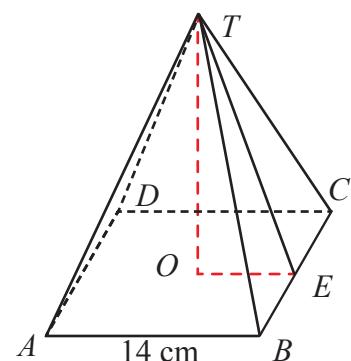
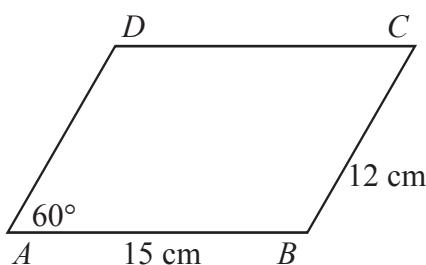
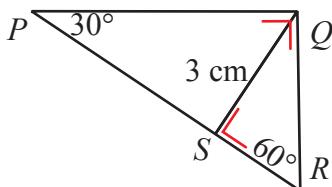
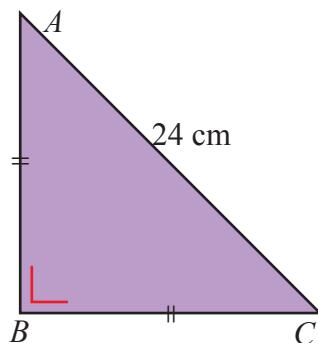
A. 13,5 cm

B. $13\sqrt{2}$ cm

C. $13\sqrt{3}$ cm

D. $13\sqrt{6}$ cm

15. Nilai *x* yang memenuhi gambar di samping adalah ....

A. 5 C. 8

B. 7 D. 10

16. Luas daerah yang diarsir dari gambar di samping adalah ....

A. 5 dm^2

B. 10 dm^2

C. 12 dm^2

D. 20 dm^2

17. Perhatikan limas *T.ABCD* di samping. Alas limas berbentuk persegi dengan panjang sisi 14 cm dan panjang *TO* = 24 cm. Panjang *TE* adalah ....

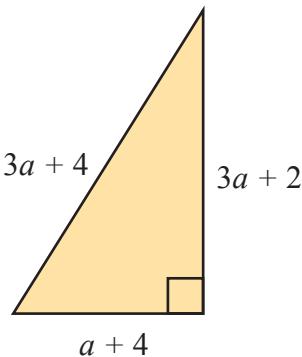
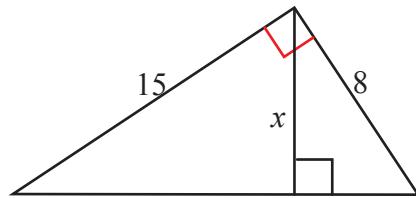
A. 25 cm

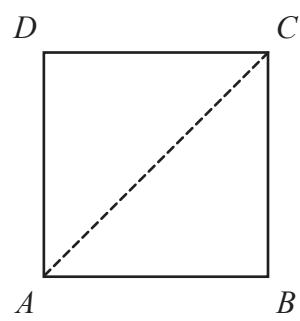
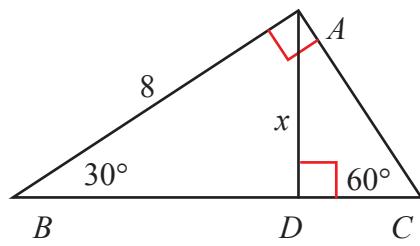
B. 26 cm

C. 27 cm

D. 28 cm

18. Panjang sisi AB pada gambar di samping adalah ....
    A. 12 cm
    B. $12\sqrt{2}$ cm
    C. 24 cm
    D. $24\sqrt{2}$ cm

19. Panjang sisi PR pada gambar berikut adalah ....
    A. $\sqrt{3}$ cm
    B. $3\sqrt{3}$ cm
    C. $4\sqrt{3}$ cm
    D. $6\sqrt{3}$ cm

20. Perhatikan gambar jajargenjang $ABCD$ berikut.
    Luas jajargenjang $ABCD$ adalah ....
    A. 180 cm^2
    B. $90\sqrt{3}$ cm^2
    C. 90 cm^2
    D. $90\sqrt{3}$ cm^2

B. Esai.

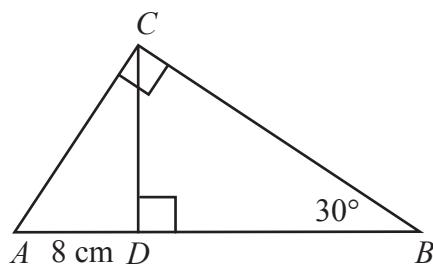
1. Tentukan nilai a pada gambar berikut.

2. Tentukan apakah ΔABC dengan koordinat $A(-2, 2)$,$B(-1, 6)$ dan $C(3, 5)$ adalah suatu segitiga siku-siku? Jelaskan.

3. Buktikan bahwa $(a^2 - b^2)$, $2ab$, $(a^2 + b^2)$ membentuk tripel Pythagoras.

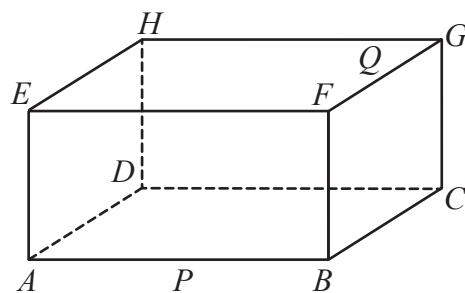
4. Perhatikan gambar di samping. Persegi *ABCD* mempunyai panjang sisi 1 satuan dan garis *AC* adalah diagonal.

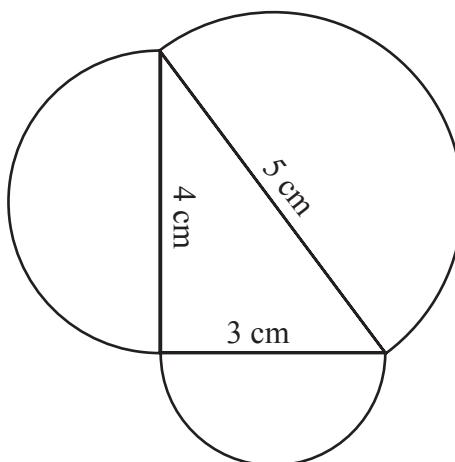
   a. Bagaimana hubungan antara segitiga *ABC* dan segitiga *ACD*?
   b. Tentukan besar sudut-sudut pada salah satu segitiga di samping.
   c. Berapakah panjang diagonal *AC*? Jelaskan.
   d. Misalkan panjang sisi persegi *ABCD* 6 satuan. Apakah yang berubah dari jawabanmu pada soal b dan c? Jelaskan.

5. Tentukan nilai x dari gambar di bawah ini.

6. Tentukan keliling segitiga *ABC* di bawah ini.

7. Sebuah air mancur terletak di tengah perempatan jalan di pusat kota. Mobil merah dan mobil hijau sama-sama melaju meninggalkan air mancur tersebut. Mobil merah melaju dengan kecepatan 60 km/jam sedangkan mobil hijau 80 km/jam.

   a. Buatlah tabel yang menunjukkan jarak yang ditempuh kedua mobil dan jarak kedua mobil tersebut setelah 1 jam, 2 jam, dan 3 jam. Gambarkan perubahan jarak tersebut.

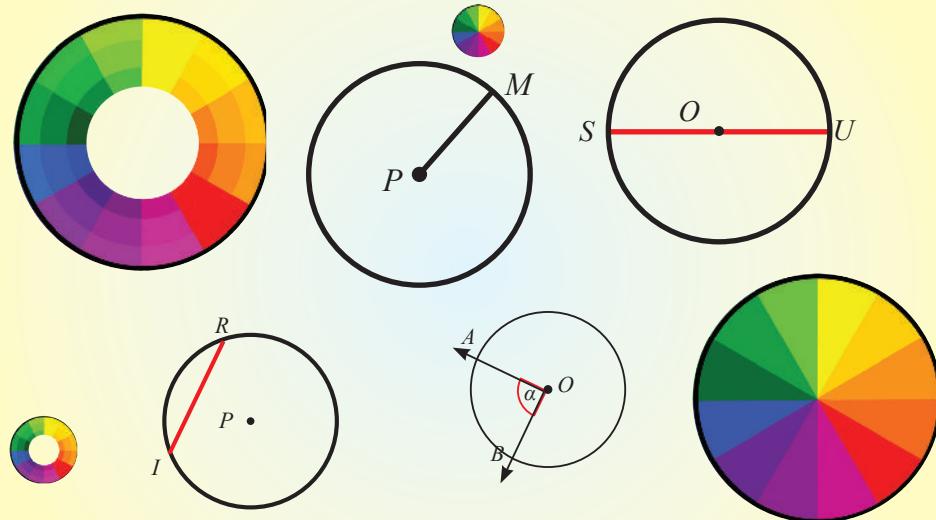
   b. Misalkan mobil merah melaju dengan kecepatan 40 km/jam. Setelah 2 jam jarak antara kedua mobil 100 km. Berapakah kecepatan mobil hijau pada saat itu?

   Keterangan: Jarak kedua mobil yang dimaksud adalah panjang ruas garis yang menghubungkan kedudukan dua mobil tersebut.

8. Perhatikan gambar segitiga *ABC* di bawah ini.

   a. Tentukan keliling segitiga *ACD*.

   b. Apakah hubungan antara keliling segitiga *ACD* dan *ABC*?

   c. Apakah hubungan antara luas segitiga *ACD* dan *ABC*?

9. Gambar di bawah ini merupakan balok *ABCD.EFGH* dengan panjang 10 dm, lebar 6 dm, dan tinggi 4 dm. Titik *P* dan *Q* berurut-urut merupakan titik tengah *AB* dan *FG*. Jika seekor laba-laba berjalan di permukaan balok dari titik *P* ke titik *Q*, tentukan jarak terpendek yang mungkin ditempuh oleh laba-laba.

10. Pada gambar di bawah ini, ketiga sisi sebuah segitiga siku-siku ditempel setengah lingkaran.

   a. Tentukan luas setiap setengah lingkaran.
   b. Bagaimanakah hubungan ketiga luas setengah lingkaran tersebut?

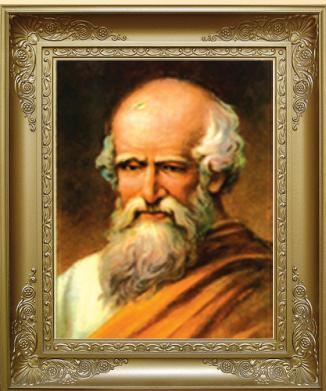
Bab 7

Lingkaran

Lingkaran merupakan salah satu bentuk geometri datar yang banyak kita temui dan kita manfaatkan dalam kehidupan sehari-hari. Lingkaran berguna dalam banyak bidang kehidupan, misal: olahraga, arsitektur, teknologi, dan lain-lain. Banyak alat olahraga yang memanfaatkan bentuk lingkaran seperti pada bentuk lapangan silat, papan target panahan, dan keranjang basket. Bagi seorang arsitek, bentuk lingkaran dinilai memiliki bentuk yang indah untuk mendekorasi rumah, maupun gedung perkantoran. Seperti bentuk pintu, jendela, atap rumah. Kemudian, pada bidang teknologi bentuk lingkaran juga sering kita jumpai, seperti roda mobil, roda motor, setir mobil memanfaatkan bentuk lingkaran.

Kata Kunci

- *Lingkaran*
- *Busur*
- *Juring*
- *Garis singgung*

Kompetensi Dasar

3.7 Menjelaskan sudut pusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya.

3.8 Menjelaskan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran dan cara melukisnya.

4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sudut pusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya.

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran.

Pengalaman Belajar

1. Mengamati unsur-unsur lingkaran.
2. Mengkritisi/menalar hubungan antar unsur lingkaran.
3. Menemukan rumus menentukan panjang busur lingkaran.
4. Menemukan rumus untuk menentukan luas juring lingkaran.
5. Menemukan rumus menentukan garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran.
6. Menemukan rumus menentukan garis singgung persekutuan luar antara dua lingkaran.
7. Melukis garis singgung lingkaran, serta garis singgung persekutuan dalam dan garis singgung persekutuan luar antara dua lingkaran.

Menentukan hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling

Menentukan rumus luas juring

Menentukan rumus panjang busur

Lingkaran

Garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran

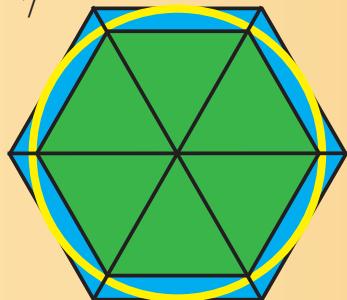
Garis singgung persekutuan luar dua lingkaran

Archimedes
(287 SM - 212 SM)

Sejarah π (pi)

Bilangan π adalah salah satu bilangan yang ditemukan sejak jaman dahulu. Bilangan itu menunjukkan perbandingan dari keliling terhadap diameter lingkaran.

Beberapa orang jaman dulu menggunakan bilangan 3 sebagai bilangan π. Bilangan itu jauh dari keakuratan, namun bilangan itu mudah untuk digunakan dalam perhitungan. Bangsa Babilonia menggunakan bilangan yang hampir akurat: $3 + \frac{1}{8}$. Kemudian orang Mesir kuno, yang diperkirakan berusia 1650 Sebelum Masehi, menggunakan nilai π yaitu $4 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9}$. Kemudian sekitar 250 Sebelum Masehi, seorang matematikawan Yunani terkenal bernama Archimedes menggunakan poligon sebagai bantuan untuk menemukan nilai π yaitu antara $\frac{223}{71}$ dan $\frac{22}{7}$.

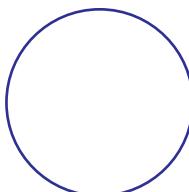
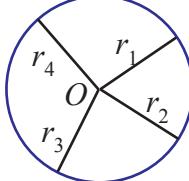
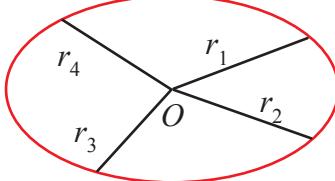
Gambar 7.1 Segienam

Pada abad ke-50, seorang matematikawan Cina bernama Zu Chungzhi menemukan bilangan π yang lebih akurat daripada temuan Archimedes. Nilai ini tersebut adalah $\frac{335}{113}$, dan enam satuan desimal π seperti yang sekarang digunakan. Pada tahun 1400, seorang matematikawan Persia bernama Al Kashi menemukan nilai π hingga 16 digit desimal. Dia menggunakan strategi Archimedes, namun dia melipatgandakan sisinya 23 kali.

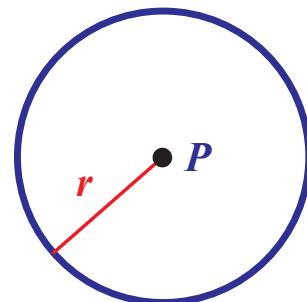
William Jones, seorang matematikawan Inggris, memperkenalkan simbol modern untuk "pi" pada tahun 1700. Simbol "π" dipilih karena π di Yunani, pelafalan huruf π menyerupai huruf "p" singkatan perimeter (keliling lingkaran). Sejalan dengan berkembangnya teknologi, penemuan nilai π telah lebih dari 1 triliun digit di belakang koma.

Hikmah yang bisa diambil:

1. Dengan kerja keras dan usaha pantang menyerah akan menghasilkan sesuatu yang kita harapkan.
2. Saling menghormati pendapat orang lain, meskipun berbeda dengan pendapat kita.

Sumber: camphalfblood.wikia.com

Kegiatan 7.1 *Mengenal Lingkaran*

Materi tentang lingkaran telah kalian pelajari ketika masih SD. Di kelas VIII ini akan dipelajari lebih banyak tentang materi lingkaran. Banyak hal yang akan dipelajari pada bab tentang lingkaran. Sebelum mempelajari lebih jauh Bab Lingkaran, mari mengenal lebih dulu "apa itu lingkaran?".

Untuk mengenal lingkaran, mari amati gambar-gambar yang menunjukkan lingkaran dan bukan lingkaran berikut.

Tabel 7.1 Contoh dan bukan contoh lingkaran

Lingkaran	**Bukan Lingkaran**
Berupa kurva tutup	Kurva buka
r_4, r_1, O, r_2, r_3 $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$ Keterangan: r_1, r_2, r_3, dan r_4 adalah jarak titik pada kurva terhadap titik pusat O.	r_4, r_1, O, r_2, r_3 Keterangan: r_1, r_2, r_3, dan r_4 adalah jarak titik pada kurva terhadap titik pusat O.

Dari pengamatan kalian terhadap gambar di atas, coba jelaskan pengertian lingkaran dengan kalimat kalian sendiri.

Lingkaran merupakan salah satu kurva tutup sederhana yang membagi bidang menjadi dua bagian, yaitu bagian dalam dan bagian luar lingkaran.

Nama lingkaran biasanya sesuai dengan nama titik pusatnya. Pada gambar di samping contoh bentuk lingkaran dengan pusat titik P, bisa disebut lingkaran P. Jarak yang tetap antara titik pada lingkaran dengan pusat lingkaran dinamakan jari-jari, biasanya disimbolkan r.

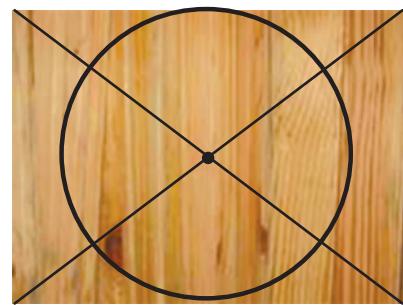
Selain titik pusat dan jari-jari, masih banyak istilah yang berkaitan dengan lingkaran yang akan kita pelajari pada **Kegiatan 7.1**. Dengan pemahaman tentang istilah-istilah tersebut kalian bisa memecahkan berbagai masalah yang terkait dengan lingkaran.

Seperti yang diungkapkan pada pengantar Bab Lingkaran, bentuk-bentuk lingkaran banyak kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini beberapa masalah sehari-hari yang berkaitan dengan lingkaran. Bisakah kalian menemukan solusinya?

Masalah 7.1

Seorang tukang kayu yang membuat peralatan rumah tangga, perlu untuk memotong papan yang berbentuk persegi atau persegi panjang menjadi lingkaran. Tukang kayu tersebut menemui masalah untuk menentukan titik pusat lingkaran yang akan dibuat. Dapatkah kalian membantu tukang kayu agar mendapatkan bentuk lingkaran sebesar mungkin dari papan-papan tersebut?

Sumber themailbox.com

Gambar 7.1.a Tukang kayu

Langkah 1: Sketsalah bentuk persegi pada papan tersebut.

Langkah 2: Gambarlah kedua diagonal persegi tersebut hingga bertemu di satu titik.

Langkah 3: Lingkaran bisa digambar dengan pusat titik tersebut dan jari-jari setengah panjang sisi persegi.

Sumber encrypted-tbn2.gstatic.com
Gambar 7.1.b Papan kayu

Sumber: jonosbrothers.wordpress.com
Gambar 7.2 Stonehenge

Gambar di samping adalah foto salah satu peninggalan sejarah, yaitu *stonehenge* yang berada di Inggris. Seorang arkeolog menduga, bentuk utuh *stonehenge* adalah lingkaran. Namun dia tidak bisa menentukan berapakah jari-jari lingkaran dari susunan *stonehenge*, karena bentuknya hanya berupa busur. Andaikan kalian menjadi penemu tersebut, apa yang kalian lakukan untuk menentukan posisi titk pusat *stonehenge* dan membuat sketsa lingkaran.

Langkah 1: Buatlah sketsa dari bentuk *stonehenge* tersebut.

Langkah 2: Buatlah dua ruas garis yang terbentuk dari dua pasang titik berbeda pada lingkaran. (2 garis tidak boleh sejajar)

Langkah 3: Buatlah garis bagi tegak lurus (garis sumbu) pada kedua ruas garis yang kalian buat. Kedua garis bagi tersebut berpotongan tepat di satu titik. Titik tersebut adalah titik pusat lingkaran.

Langkah 4: Ukurlah jarak antara titik pusat tersebut dengan suatu titik pada lingkaran (model *stonehenge*), yang selanjutnya disebut jari-jari.

Langkah 5: Dengan titik pusat dari jari-jari tersebut kalian bisa menggambar ukuran utuh *stonehenge*.

Pertanyaan kritis
Pada Langkah 2, ada catatan, bahwa 2 garis yang dibuat tidak boleh sejajar, mengapa?

Dari dua contoh permasalahan tersebut, telah disajikan manfaat lingkaran dalam kehidupan tukang kayu dan arkeolog. Untuk mengikuti langkah-langkah tersebut tentunya bukan permasalahan yang susah. Yang menjadi masalah adalah "Mengapa langkah-langkah tersebut benar?". Untuk menjawab pertanyaan tersebut, kalian harus lebih dulu memahami istilah-istilah yang terkait dengan lingkaran, selanjutnya disebut ***unsur-unsur lingkaran***. Masih banyak lagi permasalahan yang bisa kalian cari solusinya dengan memahami unsur-unsur lingkaran. Pada **Kegiatan 7.1**, kalian akan akan melakukan aktivitas untuk memahami pengertian unsur-unsur lingkaran serta hubungan antarbeberapa unsur lingkaran.

Memahami Unsur-unsur Lingkaran

Dalam kegiatan ini kalian diajak untuk memahami unsur-unsur lingkaran melalui pengamatan terhadap gambar dan ciri-ciri unsur lingkaran. Dengan melakukan pengamatan tersebut, diharapkan kalian akan memahami unsur-unsur lingkaran.

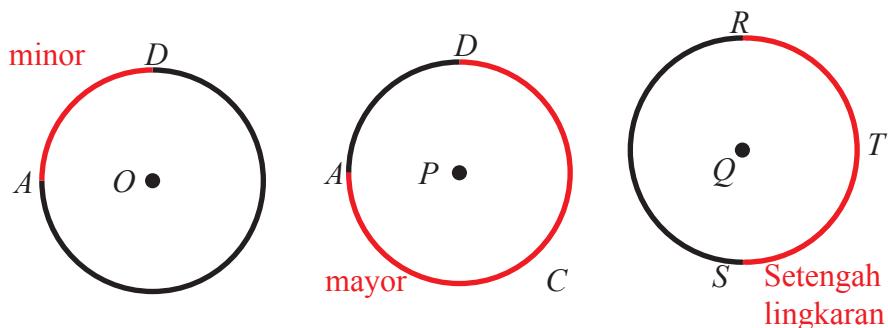
Unsur-unsur yang akan kita pelajari pada **Kegiatan 7.1** ini antara lain :

a. Unsur lingkaran berupa ruas garis atau kurva lengkung: busur, tali busur, jari-jari, diameter, apotema.

b. Unsur lingkaran berupa luasan: juring, tembereng.

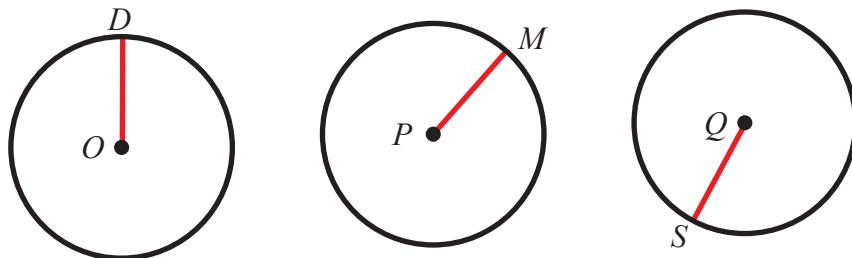
Berikut disajikan bentuk masing-masing unsur lingkaran yang dimaksud di atas. Perhatikan bagian dengan tanda warna merah, serta ciri-ciri dari setiap unsur tersebut. Silakan kalian merangkai kalimat dari pemahamam kalian terhadap gambar dan ciri-ciri yang disajikan berikut.

A. Unsur-unsur Lingkaran yang Berupa Garis dan Ciri-cirinya

Busur

Ciri-ciri

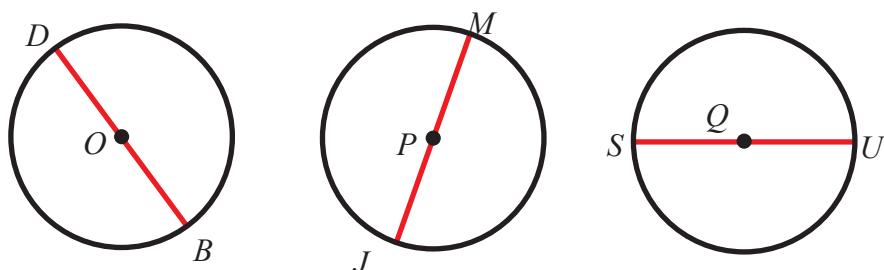
1. Berupa kurva lengkung.
2. Berhimpit dengan lingkaran.
3. Jika kurang dari setengah lingkaran (sudut pusat < 180^o) disebut busur minor.
4. Jika lebih dari setengah lingkaran (sudut pusat > 180^o) disebut busur mayor.
5. Busur setengah lingkaran berukuran sudut pusat = 180^o.

Keterangan :
Untuk selanjutnya, jika tidak disebutkan mayor atau minor, maka yang dimaksud adalah minor.

Simbol: $\overparen{AD}$, $\overparen{ACD}$, dan $\overparen{RST}$

Jari-jari

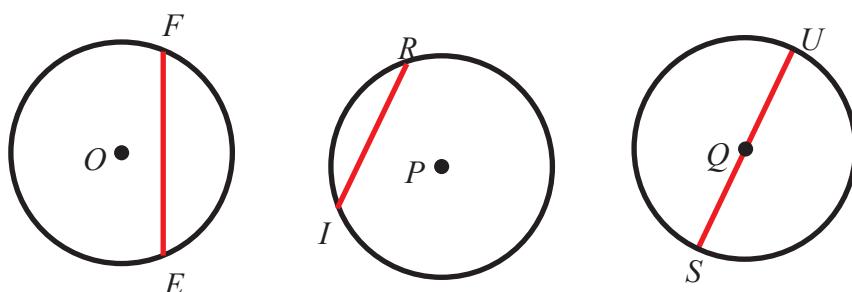
Ciri-ciri

1. Berupa ruas garis.
2. Menghubungan titik pada lingkaran dengan titik pusat.

Penulisan simbol: $\overline{OD}$, $\overline{PM}$, dan $\overline{QS}$

Diameter

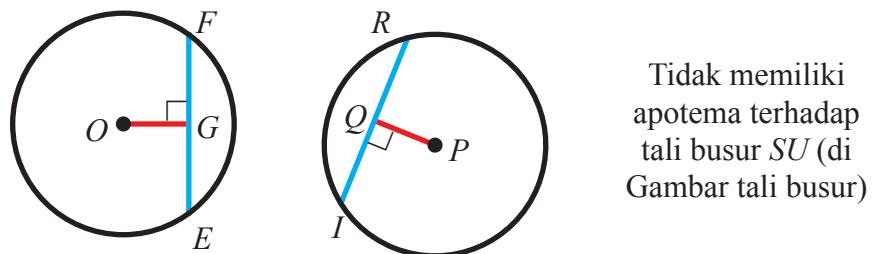
Ciri-ciri

1. Berupa ruas garis.
2. Menghubungkan dua titik pada lingkaran.
3. Melalui titik pusat lingkaran.

Penulisan simbol: $\overline{BD}$, $\overline{JM}$, dan $\overline{SU}$

Tali busur

Ciri-ciri

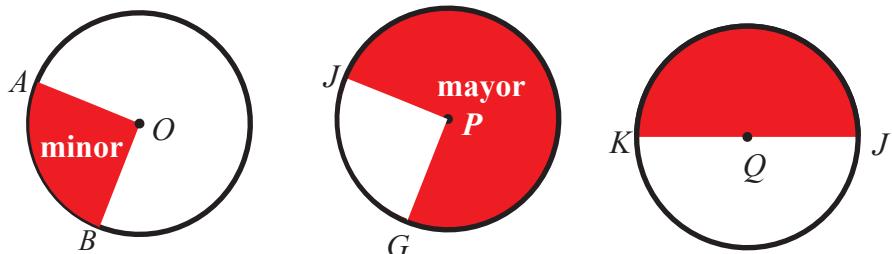
1. Berupa ruas garis.
2. Menghubungkan dua titik pada lingkaran.

Penulisan simbol: $\overline{FE}$, $\overline{IR}$, dan $\overline{SU}$

Apotema

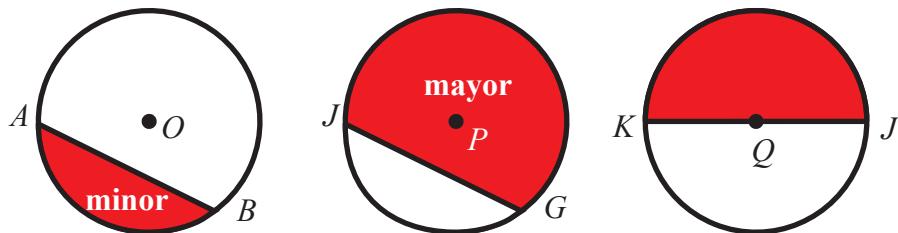
Ciri-ciri

1. Berupa ruas garis.
2. Menghubungkan titik pusat dengan satu titik di tali busur.
3. Tegak lurus dengan tali busur.

Penulisan simbol: $\overline{OG}$, $\overline{PQ}$

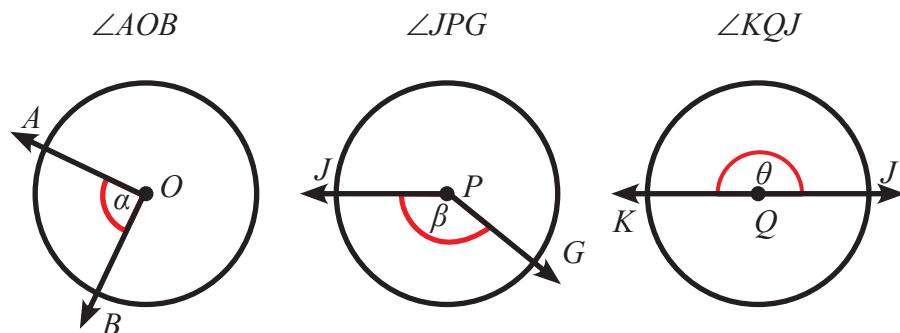
Tidak memiliki apotema terhadap tali busur *SU* (di Gambar tali busur)

B. Unsur-unsur Lingkaran yang Berupa Luasan serta Ciri-cirinya

Juring

Ciri-ciri

1. Berupa daerah di dalam lingkaran.
2. Dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur lingkaran.
3. Jari-jari yang membatasi memuat titik ujung busur lingkaran.

Tembereng

Ciri-ciri

1. Berupa daerah di dalam lingkaran.
2. Dibatasi oleh tali busur dan busur lingkaran.

Selain istilah yang disajikan, ada satu istilah lagi yang erat kaitannya dengan lingkaran, yaitu sudut pusat. Perhatikan gambar dan ciri-cirinya berikut.

Sudut Pusat

Ciri-ciri

1. Terbentuk dari dua sinar garis (kaki sudut).
2. Kaki sudut berhimpit dengan jari-jari lingkaran.
3. Titik sudut berhimpit dengan titik pusat lingkaran.

Pada gambar di bawah ini sudut pusat *AOB* ditulis "$\angle AOB$" atau "α", sudut pusat *JPG* ditulis "$\angle JPG$" atau "β", dan sudut pusat *KQJ* ditulis "$\angle KQJ$" atau "θ".

Keterangan: Untuk istilah busur, juring, tembereng, maupun sudut, jika tidak disebutkan secara spesifik minor atau mayor, maka kita sepakati minor.

Dari hasil pengamatan, berikut ini hal-hal yang penting untuk ditanyakan.

a. Apakah hubungan antara busur minor dengan busur mayor?

b. Mengapa tidak ada apotema yang bersesuaian dengan diameter?

Cobalah buat pertanyaan lain terkait dengan pengamatan kalian.

Dari pengamatan kalian pada gambar-gambar unsur-unsur lingkaran, **buatlah sketsa lain** dari masing-masing unsur yang sudah kalian amati. Sketsa tidak boleh sama dengan gambar pada pengamatan. Setelah itu, rangkailah pengertian tiap unsur tersebut dengan kalimat kalian sendiri. Kalian juga boleh mencari dari sumber lain tentang pengertian unsur-unsur lingkaran (jangan takut salah). Mungkin kalian bisa membuat pengertian berbeda dari suatu unsur namun tetap memiliki makna sama.

Untuk mengecek kebenaran pengertian yang kalian buat, kalian bisa mengonsultasikan dengan guru di kelas atau mengecek pada buku sumber lain. Dengan begitu kalian bisa menghargai pengertian berbeda yang dibuat oleh teman yang lain.

Sebenarnya, tujuan dari meminta kalian untuk membuat pengertian dari pengamatan gambar dan melihat ciri-ciri unsur lingkaran yang disajikan adalah agar kalian memahami unsur tersebut bukan hanya menghafalkan redaksi kalimat. Antarunsur-unsur lingkaran tersebut sebenarnya saling terkait. Untuk menambah pemahaman kalian tentang unsur lingkaran mari kita cermati hubungan antar unsur-unsur lingkaran.

Tanggapan Kritis: Hubungan Antar Unsur Lingkaran

Berilah tanggapan (Ya/Tidak) terhadap pernyataan berikut serta berikan alasan.

No.	Pernyataan	Ya/ Tidak
1.	Panjang diameter sama dengan 2 kali panjang jari-jari lingkaran.	
2.	Jumlah panjang busur besar dengan busur kecil sama dengan keliling lingkaran.	
3.	Busur adalah bagian dari keliling lingkaran.	
4.	Keliling lingkaran adalah busur terbesar.	
5.	Diameter adalah tali busur terpanjang.	
6.	Apotema selalu tegak lurus dengan suatu tali busur.	
7.	Luas tembereng sama dengan luas juring dikurangi segitiga yang sisinya adalah dua jari-jari yang membatasi juring dan tali busur pembatas tembereng.	

No.	Pernyataan	Ya/ Tidak
8.	Jika semakin besar luas suatu juring, maka ukuran sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut akan semakin besar juga.	
9.	Jika semakin kecil panjang suatu busur, maka ukuran sudut pusat yang menghadap busur tersebut akan semakin kecil juga.	

Mungkin kalian bisa menemukan hubungan lain yang berbeda. Silakan kalian sebutkan suatu hubungan unsur-unsur pada lingkaran yang belum ada pada pernyataan kritis tersebut.

Berikan tanggapan (Ya atau Tidak) terhadap pernyatan nomor 1 - 6 berikut serta berikan alasan kalian.

No.	Pernyataan	Ya/ Tidak
1.	Setiap tali busur adalah diameter.	
2.	Setiap diameter adalah tali busur.	
3.	Lingkaran adalah busur terbesar.	
4.	Pada tali busur yang berimpit dengan diameter, tali busur tersebut tidak memiliki apotema.	
5.	Luas suatu juring sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut.	
6.	Panjang suatu busur sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan busur tersebut.	

7. Misalkan diketahui suatu benda berbentuk lingkaran yang tidak diketahui letak titik pusatnya (misal piring berbentuk lingkaran). Bagaimana cara kalian menentukan diameter benda tersebut dengan akurat? Jelaskan.
8. Jika diketahui keliling lingkaran adalah K satuan panjang, dan panjang busur minornya adalah x satuan panjang, tentukan panjang busur mayornya.

9. Pada gambar di samping disajikan bangunan Candi Borobudur yang terletak di Magelang, Jawa Tengah. Di tengah candi tersebut terdapat stupa utama. Tandai dua titik pada alas stupa yang berbentuk lingkaran sedemikian sehingga dua titik tersebut adalah dua titik terjauh pada dinding stupa tersebut. Jelaskan alasannya.

Sumber: wikipedia.org/wiki/Borobudur

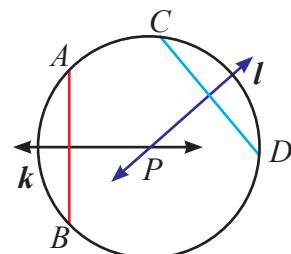
Presentasikan hasil dari kegiatan menalar yang kalian peroleh kepada teman kalian sekelas. Sajikan pula pengertian dari unsur-unsur lingkaran dengan kalimat kalian sendiri.

A. Pilihan Ganda

1. Suatu lingkaran mempunyai jari-jari 10 cm. Pada lingkaran tersebut terdapat tali busur AB, CD, EF, dan GH, dengan panjang berturut-turut 10 cm, 12 cm, 14 cm, dan 16 cm. Jika dari titik pusat lingkaran dibuat apotema terhadap masing-masing tali busur, apotema pada tali busur manakah yang terpanjang?

   A. AB B. CD C. EF D. GH

2. Diketahui pada suatu lingkaran terdapat empat busur, yaitu busur $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{EF}$, dan $\overset{\frown}{GH}$. Panjang $\overset{\frown}{AB}$ > panjang $\overset{\frown}{CD}$ > panjang $\overset{\frown}{EF}$ > panjang $\overset{\frown}{GH}$. Jika pada masing-masing busur tersebut dibuat sudut pusat yang bersesuaian, maka sudut pusat terkecil menghadap busur ....

   A. $\overset{\frown}{AB}$ B. $\overset{\frown}{CD}$ C. $\overset{\frown}{EF}$ D. $\overset{\frown}{GH}$

B. Esai.

1. Tentukan jari-jari lingkaran yang diketahui diameternya 13 cm.

2. Apakah perpotongan dua diameter selalu di titik pusat?

3. Perhatikan gambar di samping.

   Garis *k* adalah garis sumbu tali busur *AB*.

   Garis *l* adalah garis sumbu tali busur *CD*.

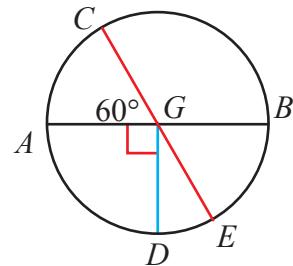
   Titik *P* adalah perpotongan garis sumbu *k* dan *l*.

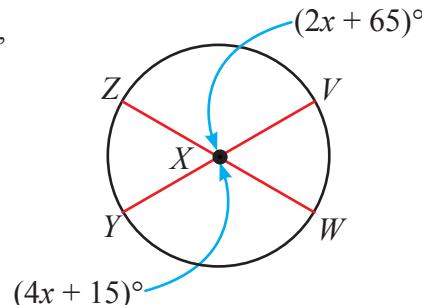
   Benarkah perpotongan kedua garis sumbu tersebut tepat di titik pusat? Jelaskan.

4. Adakah tali busur yang lebih panjang dari diameter? Jelaskan.

5. Apakah panjang apotema bisa lebih dari jari-jari? Jelaskan.

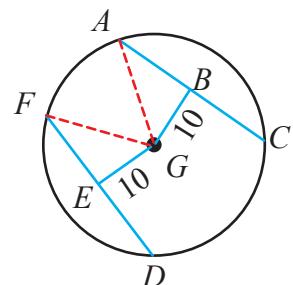
6. Dua atau lebih lingkaran dikatakan konsentris jika berpusat di satu titik yang sama. Sebutkan minimal 3 benda (atau bagian benda) yang memuat hubungan konsentris.

7. Diketahui 3 titik berbeda *A*, *B*, dan *C* tidak segaris. Buatlah lingkaran yang melalui 3 titik tersebut.

8. Diketahui 3 titik berbeda *A*, *B*, dan *C* tidak segaris. Buatlah juring setengah lingkaran yang melalui 3 titik tersebut.

9. Komentari pernyataan berikut dengan tanggapan “kadang-kadang”, “selalu”, atau “tidak pernah”.
   a. Ukuran busur mayor lebih dari 180.
   b. Sudut pusat busur minor adalah sudut lancip.
   c. Jumlah beberapa sudut pusat bergantung pada ukuran jari-jarinya.
   d. Tali busur adalah diameter.

10. Berdasarkan gambar di samping, tentukan:

   a. $m\angle CGB$;
   b. $m\angle BGE$;
   c. $m\angle AGD$;
   d. $m\angle DGE$.

11. Berdasarkan gambar di samping, tentukan:

   a. $m\angle ZXV$,
   b. $m\angle YXW$,
   c. $m\angle ZXY$,
   d. $m\angle VXW$.

12. **File Musik**

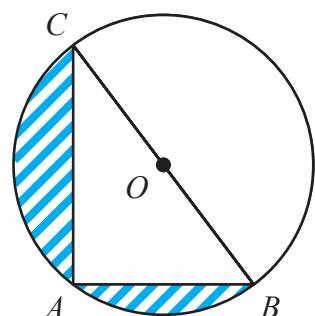
   Perhatikan tabel berikut. Suatu survei dilakukan secara *online* untuk mendapatkan informasi tentang banyak file musik yang dimiliki dan didapatkan melalui *free download.*

Free Music Downloads	
How many free music files have you collected?	
100 files or less	76%
101 to 500 files	16%
501 to 1000 files	5%
More than 1000 files	3%

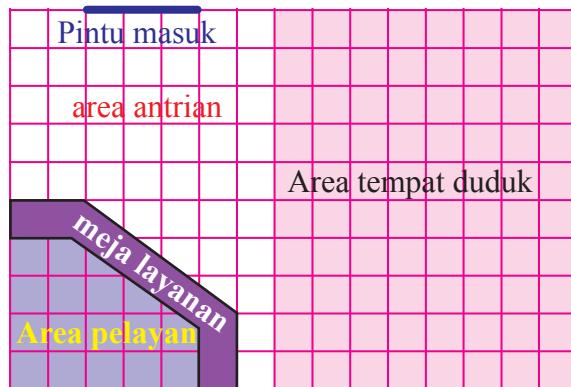
   a. Jika kalian membuat suatu diagram lingkaran dari informasi tersebut, tentukan masing-masing ukuran sudut pusat dari masing-masing kategori tersebut.
   b. Sketsalah busur yang sesuai dengan masing-masing kategori.
   c. Buatlah diagram lingkaran data tersebut.

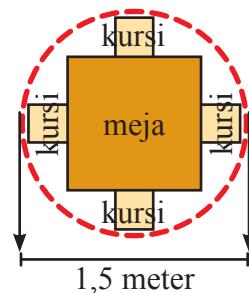
13. Tali busur AC dan FD berjarak sama terhadap pusat G. Jika diameter dari lingkaran tersebut adalah 52 cm, maka tentukan panjang AC dan DE.

14. Perhatikan dua argumentasi berikut, kemudian tentukan argumen yang **salah** menurutmu.

Iqbal : Karena $\overline{DG} \perp \overline{BC}$, $m\angle BHD = m\angle DHC = m\angle CHG = m\angle GHB = 90°$, maka dapat dikatakan bahwa $\overline{DG}$ adalah garis sumbu $\overline{BC}$.

Rusda: $\overline{DG} \perp \overline{BC}$, tetapi $\overline{DG}$ bukan garis sumbu $\overline{BC}$ karena $\overline{DG}$ bukan diameter.

Keterangan: Garis sumbu adalah garis yang membagi suatu ruas garis menjadi dua bagian yang sama panjang.

15. Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar di samping, panjang $AB = 12$ cm dan $AC = 16$ cm. Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Hitunglah:

a. jari-jari lingkaran O,
b. luas daerah yang diarsir.

16. Rumah Makan Pak Anas

Pak Anas memiliki suatu rumah makan di suatu daerah di Surabaya. Berikut ini denah rumah makan Pak Anas.

setiap segiempat pada gambar berukuran 0,5 meter × 0,5 meter

Pak Anas ingin menata 1 meja dengan 4 kursi seperti pada gambar berikut pada area makan tersebut.

4 pembeli memiliki cukup tempat ketika mereka duduk. Masing-masing tatanan direpresentasikan oleh lingkaran putus-putus seperti pada gambar di atas. Masing-masing tatanan harus ditempatkan dengan ketentuan sebagai berikut.

a. Masing-masing tatanan harus ditempatkan sekurangnya 0,5 meter dari dinding.

b. Masing-masing tatanan harus ditempatkan sekurangnya 0,5 meter dari tatanan lain.

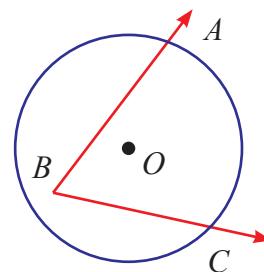
Berapakah jumlah tatanan maksimum yang bisa dibuat oleh Pak Anas di area makan rumah makannya?

Menentukan Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling

Pada kegiatan sebelumnya kalian sudah mengenal tentang istilah sudut pusat dan ciri-cirinya. Pada kegiatan ini kalian akan diperkenalkan dengan satu unsur lagi, yaitu sudut keliling.

> **Sudut keliling** *adalah sudut yang kaki sudutnya berhimpit dengan tali busur, dan titik pusatnya berhimpit dengan suatu titik pada lingkaran.*

Pada **Gambar 7.3**, bisa kita amati sudut keliling *ABC* pada lingkaran *O*. Kaki-kaki sudut *ABC* memotong lingkaran di titik *A* dan *C*. Dengan kata lain sudut keliling *ABC* menghadap busur *AC*. Tahukan kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus. Mari mencari tahu hubungan tersebut melalui kegiatan 2 berikut.

Gambar 7.3 Sudut keliling *ABC*

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 2 adalah:

a. Menemukan hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama.

b. Menemukan hubungan antarsudut keliling yang menghadap busur sama.

c. Menemukan hubungan sudut yang saling berhadapan pada segiempat tali busur.

Masalah 7.3

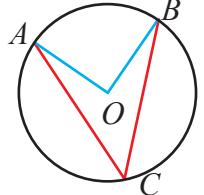
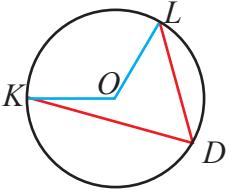
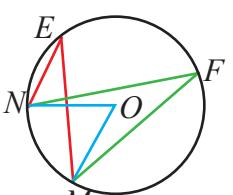
Pada **Gambar 7.3**, bisa kita amati sudut keliling *ABC* ($\angle ABC$) pada lingkaran *O*. Kaki-kaki $\angle ABC$ memotong lingkaran di titik *A* dan *C*. Dengan kata lain

sudut keliling ABC menghadap busur AC ($\overset{\frown}{AC}$). Tahukah kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus. Bagaimanakah hubungan tersebut?

Pada kegiatan ini kita akan melakukan kegiatan untuk menemukan:

1. hubungan antara sudut keliling dengan sudut pusat yang menghadap busur sama;
2. hubungan antar sudut keliling lingkaran yang menghadap busur sama.

Kita akan mencoba memahami hubungan antar unsur-unsur tersebut dengan melakukan aktivitas melipat-lipat kertas. Oleh karena itu pastikan kalian sudah mempersiapkan alat dan bahan berikut:

Alat dan bahan:

1. 1 buah jangka,
2. 1 buah busur derajat,
3. 1 buah gunting,
4. 1 buah penggaris,
5. 6 buah lembar kertas HVS.

Sudut Keliling dan Sudut Pusat yang Menghadap Busur Sama

Sudut pusat	$\angle AOB$ $m\angle AOB = 90°$ menghadap $\overset{\frown}{AB}$	$\angle KOL$ $m\angle KOL = 120°$ menghadap $\overset{\frown}{KL}$	$\angle MON$ $m\angle MON = 60°$ menghadap $\overset{\frown}{MN}$
	A, B, O	K, L, O, 120°	N, O, M, 60°

Sudut keliling	$\angle ACB$ $m\angle ACB = ...?$ menghadap $\overset{\frown}{AB}$	$\angle KDL$ $m\angle KDL = ...?$ menghadap $\overset{\frown}{KL}$	$\angle MEN$ dan $\angle MFN$ $m\angle MEN = ...?$ dan $m\angle MFN = ...?$ menghadap $\overset{\frown}{MN}$

Keterangan: *simbol "m∠" menyatakan ukuran sudut, sedang "∠" menyatakan nama sudut.*

Setelah melakukan pengamatan, kalian mungkin menemukan hal-hal yang menarik untuk ditakan. Berikut ini beberapa contoh pertanyaan yang menarik untuk ditanyakan:

1. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama?
2. Bagaimanakah hubungan antara sudut keliling yang menghadap busur sama?

Buatlah pertanyaan penting lainnya yang membuat kalian untuk mengetahui lebih banyak tentang sudut pusat dan sudut keliling lingkaran berdasarkan pengamatan tadi.

Sebelum kegiatan menggali informasi coba berikan ide kalian menentukan titik pusat suatu kertas yang berbentuk lingkaran.

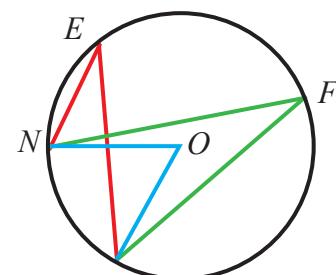
Pada kegiatan ***Ayo Kita Amati*** kalian sudah mengamati tentang gambar sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama. Yang menjadi

permasalahan sekarang adalah:

1. Berapakah ukuran sudut keliling, jika sudut pusatnya diketahui?
2. Berapakah ukuran sudut pusat, jika sudut kelilingnya diketahui?

Untuk mengetahui hubungan tersebut, kalian perlu mencarinya. Salah satu cara untuk mencari tahu hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama adalah dengan kegiatan melipat-lipat kertas. Ikuti kegiatan berikut.

1. Buatlah sketsa dua lingkaran dengan jari-jari sama (misal 5 cm), lalu guntinglah dengan rapi.
2. Lipatlah kedua lingkaran sehingga membentuk sudut pusat 90^o. Lalu tandai 2 titik pada busur (ujung-ujung lipatan) yang terbentuk, misal titik A dan B.
3. Buka lipatan salah satu lingkaran hingga menjadi bentuk semula, lalu lipat kembali membentuk sudut keliling tertentu yang masing-masing kaki sudutnya melalui titik A dan B. (*Keterangan:* Misal kaki sudut satu melalui titik A, maka kaki sudut lainnya melalui titik B)
4. Bandingkan besar sudut keliling dengan sudut pusat yang telah kalian buat.
5. Lakukan kembali langkah 1 sampai 4 untuk tiga sudut pusat berbeda.
6. Gunakan busur derajat untuk mengukur besar sudut pusat yang kalian buat.
7. Catatlah hasil percobaan kalian pada tabel berikut.

Ukuran sudut pusat	**Ukuran sudut keliling**	$\dfrac{\textbf{ukuran sudut pusat}}{\textbf{ukuran sudut keliling}}$

Dari data yang kalian catat, simpulkan hubungan sudut keliling dengan sudut pusat.

Perhatikan gambar keenam pada kegiatan **Ayo Kita Amati**.

Gambar 7.4 Dua sudut keliling menghadap busur sama

1. Pada gambar tersebut, sebutkan sudut keliling dan sudut pusat yang terbentuk.
2. Kedua sudut keliling serta sudut pusat menghadap busur yang sama, yaitu ....
3. Menurut kalian bagaimanakah hubungan antara kedua sudut keliling tersebut? Jelaskan.
4. Seandainya kalian membuat sebarang sudut keliling baru yang menghadap busur *MN*. Bagaimanakah hubungan antara sudut keliling baru tersebut dengan sudut keliling *MEN* dan *MFN*?
5. Seandainya kalian disuruh membuat semua sudut keliling yang menghadap busur *MN*. Berapa banyak sudut keliling yang bisa kalian buat?
6. Bagaimanakah hubungan antarsudut keliling tersebut? Jelaskan.
7. Bagaimanakah hubungan antara setiap sudut keliling tersebut dengan sudut pusat yang menghadap busur yang sama? Jelaskan.
8. Seandainya kalian diberi suatu kertas yang berbentuk lingkaran. Bagaimanakah cara kalian membuat sudut keliling yang besarnya tepat 90^o dengan cara melipat-lipat kertas tersebut? Jelaskan.

Segiempat Tali Busur

Segiempat tali busur adalah segiempat yang keempat titik sudutnya berimpit dengan suatu lingkaran.

Perhatikan segiempat tali busur *ABCD* berikut.

Dengan kegiatan menalar berikut, diharapkan kalian mampu menemukan hubungan antara dua sudut yang saling berhadapan.

Gambar 7.5 Segiempat tali busur *ABCD*

1. Segiempat tali busur *ABCD* tersusun atas dua pasang sudut keliling yang saling berhadapan. Tuliskan kedua pasang sudut keliling tersebut.

2. Amati busur yang dihadapi oleh masing-masing sudut keliling yang saling berhadapan. Bagaimanakah kedua busur tersebut?
3. Kaitkan dengan hubungan sudut keliling dan sudut pusat yang telah kalian temukan. Lalu simpulkan hubungan antara dua sudut yang saling berhadapan pada segiempat tali busur tersebut.

Presentasikan jawaban pada kegiatan menalar kalian pada teman-teman di kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.

A. Pilihan Ganda

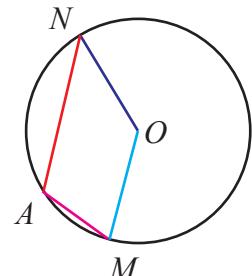
1. Diketahui pada lingkaran *O*, terdapat sudut pusat *AOB* dan sudut keliling *ACB*. Jika besar sudut *AOB* adalah 30º, maka besar sudut *ACB* adalah ....

   A. 15^O C. 45^O

   B. 30^O D. 60º

2. Diketahui segitiga *ABC*, dengan titik-titik sudutnya berada pada lingkaran *O*. Jika sisi *AB* melalui pusat lingkaran *O*, maka besar sudut *BCA* adalah ....

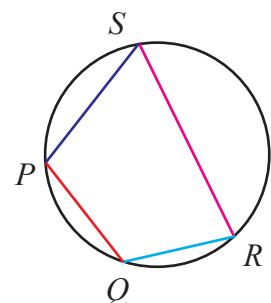
   A. 30^O C. 90^O

   B. 45^O D. 120º

B. Esai

1. Suatu sudut keliling dan sudut pusat menghadap busur yang sama. Jika sudut pusat berukuran 130º, maka besar sudut keliling tersebut adalah ....

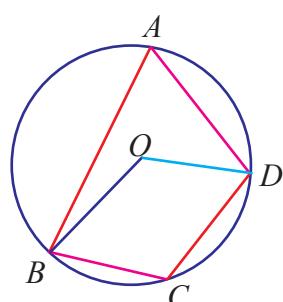
2. Diketahui sudut pusat *POQ* dan sudut keliling *PAQ* sama-sama menghadap busur *PQ*. Besar sudut *PAQ* adalah 80°. Tentukan besar sudut *POQ*.

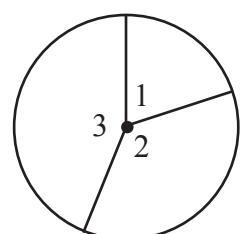
3. Perhatikan gambar di samping.

   Diketahui $m\angle MAN$ adalah 120°. Tentukan besar $m\angle MON$.

4. Perhatikan segiempat *PQRS* di samping.

   Diketahui $m\angle PQR$ = 125°, $m\angle QRS$ = 78°. Tentukan:

   a. $m\angle SPQ$

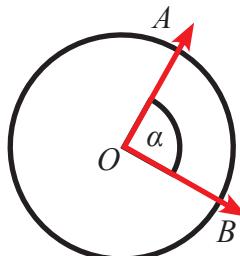
   b. $m\angle RSP$

5. Perhatikan lingkaran *O* di samping.

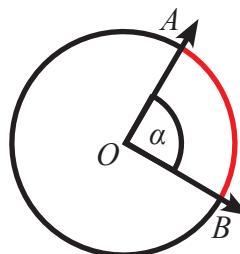
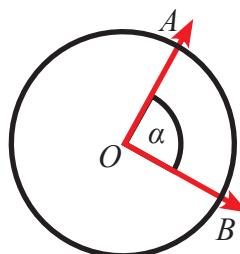
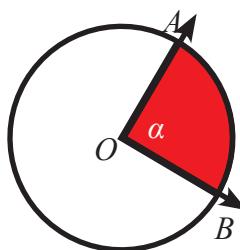
   Diketahui $m\angle BAD = x + 20$, $m\angle BCD = 3x$

   Tentukan:

   a. $m\angle BOD$ minor

   b. $m\angle BOD$ mayor

6. Suatu lingkaran dibagi menjadi tiga sudut pusat dengan perbandingan 3 : 5 : 10. Tentukan ukuran masing-masing sudut pusat tersebut.

7. Sudut pusat 1, 2, dan 3 mempunyai perbandingan 2 : 3 : 4. Tentukan ukuran masing-masing sudut pusat tersebut.

Kegiatan 7.3

Menentukan Panjang Busur dan Luas Juring

Pada kegiatan sebelumnya kalian sudah mendapatkan informasi tentang ciri-ciri sudut pusat, panjang busur, dan juring lingkaran. Panjang busur sebanding dengan sudut pusat yang menghadapnya. Begitupun luas juring sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut. Perhatikan bagian yang berwarna merah pada gambar berikut.

Sudut pusat AOB atau $\angle AOB$

Busur AB atau $\overset{\frown}{AB}$

Sudut pusat AOB atau $\angle AOB$

Luas Juring AOB

Dari ilustrasi di atas kita bisa amati panjang busur AB bersesuaian dengan sudut pusat α, begitupun luas juring AOB bersesuaian dengan sudut pusat α. Ukuran sudut pusat lingkaran adalah antara 0° hingga 360°.

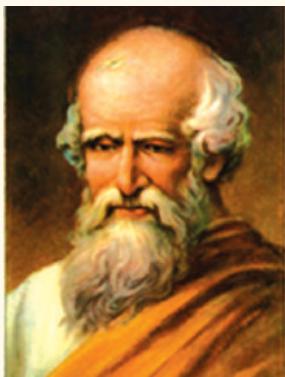
Setelah kita mengamati ilustrasi pada **Kegiatan *Ayo Kita Amati***, mungkin muncul beberapa pertanyaan sebagai berikut.

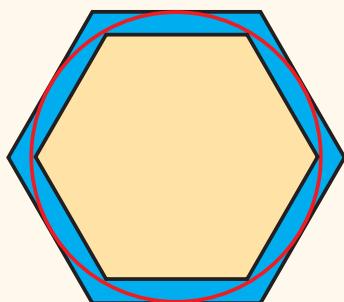
1. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur lingkaran?
2. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan luas juring lingkaran?

Jika ada pertanyaan lain yang muncul di benak kalian, silakan disampaikan kepada guru di kelas.

Pada kegiatan ini, akan kita cari tahu hubungan antarsudut pusat dengan panjang busur, serta sudut pusat dengan luas juring.

Masih ingatkah kalian dengan rumus keliling dan luas lingkaran yang sudah kalian peroleh ketika SD dulu.

Rumus keliling lingkaran yaitu …

Rumus luas lingkaran yaitu …

Mungkin, dulu kalian bertanya "Mengapa rumusnya seperti itu?" atau "Dari manakah asal mula rumus itu?". Dalam kedua rumus tersebut, terdapat suatu konstanta yang tentu, yaitu π (pi). Tahukah kalian dari manakah asal mula bilangan pi. Pada kegiatan ini kita akan mengetahui asal usul bilangan π, serta rumus keliling dan luas lingkaran.

Sudah Tahukah Kalian

Sejarah π (pi)

Bilangan π adalah salah satu bilangan yang ditemukan sejak jaman dahulu. Bilangan itu menunjukkan perbandingan dari keliling terhadap diameter lingkaran. Beberapa orang jaman dulu menggunakan bilangan 3 sebagai bilangan π.

Bilangan itu jauh dari keakuratan, namun bilangan itu mudah untuk digunakan dalam perhitungan. Orang Babilonia menggunakan bilangan yang hampir akurat: $3 + \frac{1}{8}$. Kemudian orang Mesir kuno, yang diperkirakan berusia 1650 Sebelum Masehi, menggunakan nilai π yaitu $4 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9}$. Kemudian sekitar 250 Sebelum Masehi, seorang matematikawan Yunani terkenal bernama Archimedes menggunakan poligon sebagai bantuan untuk menemukan nilai π yaitu antara $\frac{223}{71}$ dan $\frac{22}{7}$.

Pada abad ke-50, seorang matematikawan Cina bernama Zu Chungzhi bilangan π yang lebih akurat daripada temuan Archimedes. Nilai ini tersebut adalah $\frac{335}{113}$, dan enam satuan desimal π seperti yang sekarang digunakan. Pada tahun 1400, seorang matematikawan Persia bernama Al Kashi menemukan nilai π hingga 16 digit desimal. Dia menggunakan strategi Archimedes, namun dia melipatgandakan sisinya 23 kali.

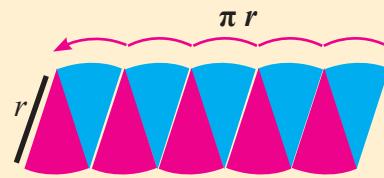
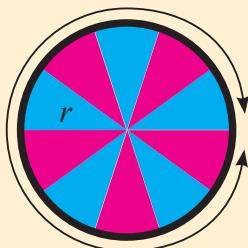
William Jones, seorang matematikawan Inggris, memperkenalkan simbol modern untuk "pi" pada tahun 1.700. Simbol "π" dipilih karena π di Yunani, pelafalan huruf π menyerupai huruf "pi" singkatan perimeter (keliling lingkaran). Sejalan dengan berkembangnya teknologi, penemuan nilai π telah lebih dari 1 triliun digit di belakang koma.
Nilai konstanta π yang sekarang kita kenal adalah rasio antara keliling lingkaran dengan diameternya. Jika dinyatakan dengan simbol

$\frac{K}{d} = \pi$. Dengan kata lain = ... ×... . Karena $d = 2r$, maka hubungan tersebut dapat juga dinyatakan $K =$ ____________

Sumber: camphalfblood.wikia.com

Menemukan nilai π

1. Kumpulkan 10 benda yang berbentuk lingkaran.
2. Ukurlah keliling (K) dan diameter (d) sepuluh benda tersebut menggunakan pita pengukur. Catatlah hasil dari setiap pengukuran tersebut pada tabel di bawah.
3. Hitunglah nilai dari $\frac{K}{d}$ hingga angka seperseratusan terdekat untuk masing-masing benda. Catatlah hasil perhitungan tersebut pada kolol keempat.
4. Buatlah dugaan tentang nilai $\frac{K}{d}$ yang kalian peroleh.

Benda ke-	Nama benda	Keliling (K)	Diameter (d)	$\frac{K}{d}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Pertanyaan Kritis

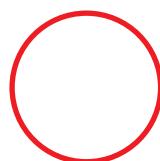
Berikan tanggapan "**Ya**" apabila setuju dengan pernyataan berikut, dan tanggapan "**Tidak**" apabila tidak setuju dengan pernyataan berikut dengan cara melingkari. Serta berikan alasan argumentatif terhadap tanggapanmu.

No	Pernyataan	Ya/Tidak
1	Semakin besar diameter suatu benda berbentuk lingkaran, semakin panjang pula kelilingnya.	
2	Apabila K adalah keliling lingkaran dan d adalah diameter lingkaran. Semakin besar suatu benda berbentuk lingkaran, maka semakin besar pula nilai $\frac{K}{d}$.	

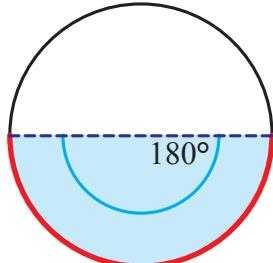
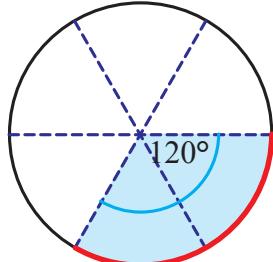
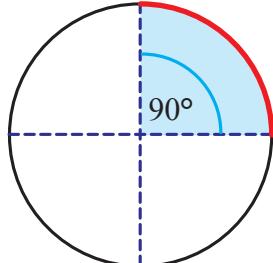
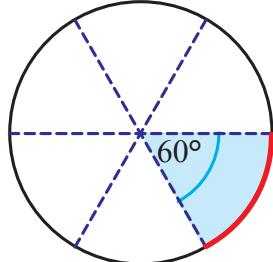
Dengan memotong lingkaran menjadi potongan juring yang sama, kita dapat menyusunnya menjadi bentuk yang menyerupai jajargenjang seperti pada gambar di bawah ini. Perhatikan bahwa panjang sisi bagian bawah dan atas persegi panjang tersebut adalah setengah dari keliling lingkaran.

Tinggi bentuk yang menyerupai jajargenjang tersebut sama dengan jari-jari lingkaran. Ingat bahwa luas jajargenjang adalah hasil kali dari alas dengan tingginya. Sehingga didapat rumus luas lingkaran $L = (\pi r)(r) = \pi r^2$

Projek kalian

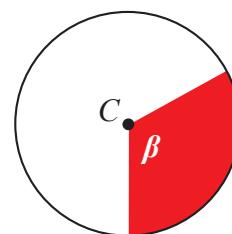
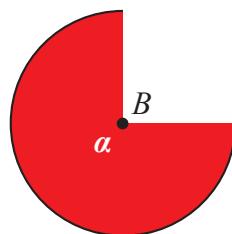
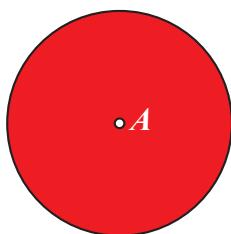
Temukan rumus luas lingkaran dengan pendekatan bangun datar lain.

Pada kegiatan sebelumnya kalian diajak untuk menemukan pendekatan nilai konstanta π dan mengecek rumus luas dan keliling lingkaran. Kegiatan tersebut untuk memahamkan lagi tentang keliling dan luas lingkaran yang sudah kalian dapatkan ketika masih di SD.

Pada kegiatan ini kita akan mencari tahu hubungan antara luas lingkaran, sudut pusat, dan luas juring lingkaran, serta keliling lingkaran, sudut pusat, dan panjang busur lingkaran.

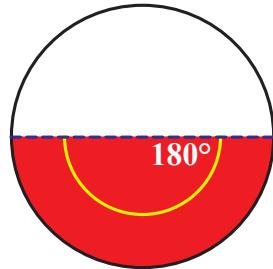
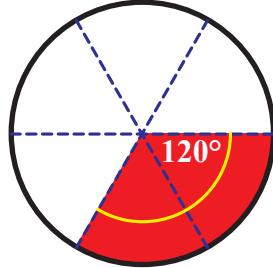
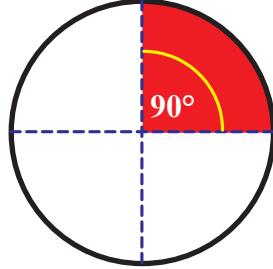
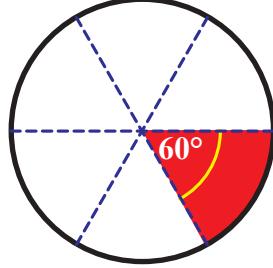
Menurut kalian berapakah keliling lingkaran di samping. Tentu jika jari-jari lingkaran tersebut diketahui, dengan mudah kita bisa menentukan keliling lingkaran tersebut. Namun bagaimana kalau yang ditanyakan hanya panjang suatu busurnya saja?

Pada kegiatan kita ini, kita akan menentukan rumus untuk menentukan panjang busur suatu lingkaran. Untuk menentukan rumus panjang busur, mari kita amati hubungan antara sudut pusat, keliling, dan panjang busur lingkaran.

Garis yang berwarna merah adalah gambar busur lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan busur. Lengkapi sel yang masih kosong pada **Tabel 7.3** berikut.

Tabel 7.3 Hubungan antara sudut pusat dengan busur lingkaran

Gambar busur	**Rasio sudut pusat α terhadap 360°**	**Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran**
	$\dfrac{\alpha}{360^\circ}$	$\dfrac{\text{panjang busur}}{\text{keliling lingkaran}}$
270°	$\dfrac{270^\circ}{360^\circ} = \dfrac{3}{4}$	$\dfrac{3}{4}$

Gambar busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran
	$\frac{\alpha}{360°}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{keliling lingkaran}}$
180°	$\frac{180°}{360°} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
120°	$\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
90°	$\frac{90°}{360°} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
60°	$\frac{60°}{360°} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Setelah mengamati hubungan antara busur dengan sudut pusat, sekarang mari kita amati hubungan antara juring dengan sudut pusat yang bersesuaian.

Jika jari-jari dan sudut pusat ketiga gambar di bawah ini diketahui, dapatkah kalian menentukan luas ketiga daerah yang diwarnai merah?

Untuk menentukan luas lingkaran *A* tentunya mudah jika kita memahami rumus luas lingkaran. Namun bagaimana dengan luas juring pada lingkaran *B* dan lingkaran *C*?

Mari kita temukan rumus untuk menentukan luas juring tersebut.

Berikut ini daerah yang berwarna merah adalah gambar juring lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusatnya masing-masing. Lengkapi sel yang masih kosong pada **Tabel 7.4** berikut.

Tabel 7.4 Hubungan antara sudut pusat dengan juring lingkaran

Gambar busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
	$\dfrac{\alpha}{360°}$	$\dfrac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
270°	$\dfrac{270°}{360°} = \dfrac{3}{4}$	$\dfrac{3}{4}$

Gambar busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
	$\frac{\alpha}{360°}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
180°	$\frac{180°}{360°} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
120°	$\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
90°	$\frac{90°}{360°} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
60°	$\frac{60°}{360°} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Dari pengamatan kalian terhadap **Tabel 7.3** dan **7.4**, mungkin muncul beberapa pertanyaan sebagai berikut.

1. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur?
2. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan luas juring?

Andaikan kalian menemui hal lain yang perlu untuk dipertanyakan silakan disampaikan.

Ukuran sudut pusat satu lingkaran penuh adalah antara 0° sampai 360°. Kalau kalian perhatikan secara cermat, secara kasat mata kalian dapat melihat bahwa semakin besar sudut pusat, semakin besar pula luas juring dan panjang busurnya, begitu juga sebaliknya. Dengan kata lain, luas juring dan panjang busur sebanding dengan besarnya sudut pusat yang bersesuaian. Bagaimana hubungan spesifiknya?

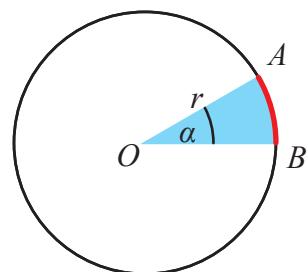
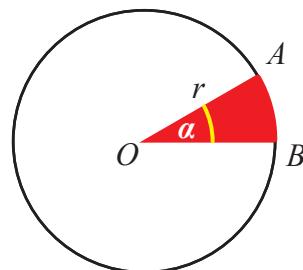
Mari kita menggali informasi dari hasil pengamatan yang telah dilakukan. Dari kegiatan mengamati gambar-gambar tentang busur dan juring kita diperoleh ringkasan informasi seperti berikut. Lengkapi sel yang masih kosong pada **Tabel 7.5** berikut.

Tabel 7.5 Hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring

Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
$\dfrac{\alpha}{360°}$	$\dfrac{\text{panjang busur}}{\text{keliling lingkaran}}$	$\dfrac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
$\dfrac{270°}{360°}$	...	...

Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
$\frac{\alpha}{360°}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{keliling lingkaran}}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
$\frac{180°}{360°}$	...	...
$\frac{90°}{360°}$	...	...
$\frac{50°}{360°}$	...	...
$\frac{30°}{360°}$	...	...
$\frac{\alpha}{360°}$	...	...

Informasi

Pada lingkaran yang sama atau kongruen, dua busur dikatakan kongruen jika dan hanya jika sudut pusat yang berkorespondensinya sama.

Ukuran busur yang terbentuk dari dua busur yang berdekatan (salah satu titik ujung dari kedua busur saling berimpit) ujungnya adalah jumlah dari kedua busur tersebut.

1. Amati dan bandingkan kolom 1 dan 2 pada **Tabel 7.5**. Bagaimana rasionya?

   Buatlah simpulan tentang rumus menentukan panjang busur AB yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α.

2. Amati dan bandingkan kolom 1 dan 3 pada tabel di atas. Bagaimanakah rasionya?

   Buatlah simpulan tentang rumus luas juring *AOB* yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α.

3. Manakah yang lebih luas?

   a. Juring lingkaran *A* dengan sudut pusat α dan jari-jari r, atau

   b. Juring lingkaran *B* dengan sudut pusat $\frac{1}{2}\alpha$ dan jari jari $2r$.

4. Lingkaran dengan ukuran sudut pusat $\frac{1}{2}\alpha$ dan jari-jari r memiliki luas juring sama dengan lingkaran dengan jari-jari r dan sudut pusat α. Tentukan juring lain dengan ukuran jari-jari dan sudut pusat berbeda dengan contoh, sedemikian sehingga panjangnya sama dengan juring lingkaran dengan jari-jari r dan sudut pusat α. Tuliskan minimal 3 juring.

Presentasikan hasil penalaranmu kepada teman-teman kalian. Presentasikan rumus umum untuk menentukan panjang busur serta rumus umum untuk menentukan luas juring.

A. Pilihan Ganda

1. Suatu kue berbentuk lingkaran padat dengan jari-jari 14 cm. Kue tersebut dibagi menjadi 6 bagian berbentuk juring yang sama bentuk. Ukuran sudut pusat masing masing potongan adalah ....

   A. 30^{O} C. 50^{O}

   B. 45^{O} D. 60^{o}

2. Diketahui suatu juring lingkaran dengan ukuran sudut pusat 180^{o}. Jika luas juring tersebut adalah 157 cm^2, maka diameter lingkaran tersebut adalah ... cm. (π = 3,14)

   A. 10 C. 100

   B. 20 D. 200

3. Luas juring lingkaran dengan jari-jari 21 cm dan sudut pusat 30^{o} adalah ... cm^2. ($\pi = \frac{22}{7}$)

   A. 1,155 C. 115,5

   B. 11,55 D. 1.155

4. Diketahui empat lingkaran berbeda dengan pusat *A*, *B*, *C*, dan *D*. Luas keempat lingkaran tersebut jika diurutkan dari yang terkecil ke yang terbesar adalah lingkaran *A*, lingkaran *B*, lingkaran *C*, kemudian lingkaran *D*. Keliling lingkaran yang terbesar kedua adalah ....

   A. lingkaran *A* C. lingkaran *C*

   B. lingkaran *B* D. lingkaran *D*

5. Diketahui terdapat tiga lingkaran dengan ukuran berbeda. Jari lingkaran kedua sama dengan dua kali lingkaran pertama. Jari-jari lingkaran ketiga sama dengan tiga kali lingkaran pertama. Jika K_1, K_2, dan K_3 berturut-turut menyatakan keliling lingkaran ke-1, keliling lingkaran ke-2, dan keliling lingkaran ke-3, maka hubungan ketiga keliling lingkaran tersebut adalah ....

   A. $K_1 + K_2 > K_3$
   B. $K_1 + K_2 < K_3$
   C. $K_1 + K_2 = K_3$
   D. Tidak ada hubungan ketiganya

6. Diketahui terdapat tiga lingkaran dengan ukuran berbeda. Jari lingkaran kedua sama dengan dua kali lingkaran pertama. Jari-jari lingkaran ketiga sama dengan tiga kali lingkaran pertama. Jika L_1, L_2, dan L_3 berturut-turut menyatakan luas lingkaran ke-1, luas lingkaran ke-2, dan luas lingkaran ke-3, maka hubungan ketiga luas ketiga lingkaran tersebut adalah ....

   A. $L_1 + L_2 > L_3$
   B. $L_1 + L_2 < L_3$
   C. $L_1 + L_2 = L_3$
   D. Tidak ada hubungan ketiganya

7. Suatu satelit beredar mengelilingi bumi pada ketinggian 2.000 km dari permukaan bumi. Jika perkiraan diameter bumi adalah 12.800 km, maka taksiran terbaik untuk menyatakan panjang lintasan yang ditempuh satelit tersebut untuk satu kali mengorbit mengelilingi bumi adalah ....

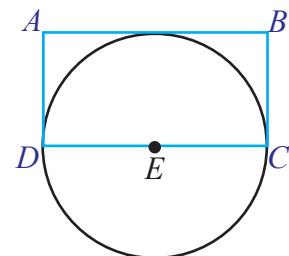
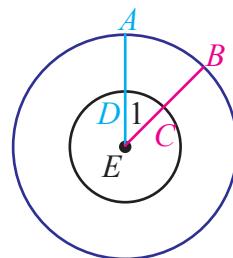
   A. 46.500 km
   B. 465.000 km
   C. 52.800 km
   D. 528.000 km

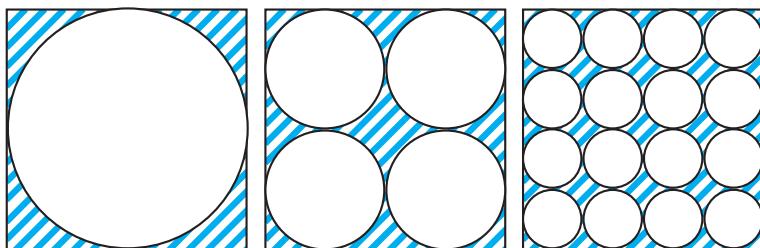
8. Suatu lingkaran memiliki luas 16π cm^2. Keliling lingkaran tersebut adalah ....

   A. 4π cm
   B. 8π cm
   C. 16π cm
   D. 32π cm

9. Suatu restoran menjual dua jenis *pizza*. Luas *pizza* besar sama dengan 9 kali luas *pizza* kecil. Jari-jari *pizza* besar sama dengan ... kali jari-jari *pizza* kecil.

A. 2
B. 3
C. 6
D. 9

B. Esai

1. Lengkapilah tabel berikut.

Sudut pusat (°)	**Jari-jari (cm)**	π	**Panjang busur (cm)**
90	7	$\frac{22}{7}$	...
60	21	$\frac{22}{7}$	...
120	...	$\frac{22}{7}$	88
...	100	3,14	31,4
72	...	3,14	1.256

2. Lengkapilah tabel berikut.

Sudut pusat (°)	**Jari-jari (cm)**	π	**Luas juring (cm^2)**
100	6	3,14	...
25	...	31,4	31,4
...	90	31,4	8.478

3. Tentukan luas juring lingkaran yang diketahui sudut pusatnya 70º dan jari-jarinya 10 cm.

4. Tentukan panjang busur lingkaran yang diketahui sudut pusatnya 35º dan jari-jarinya 7 cm.

5. Lingkaran *A* memiliki jari-jari 14 cm. Tentukan sudut pusat dan jari-jari suatu juring lingkaran lain agar memiliki luas yang sama dengan lingkaran *A*.

6. Buatlah lingkaran *A* dengan jari-jari tertentu, sedemikian sehingga luasnya sama dengan juring pada lingkaran *B* dengan sudut pusat dan jari-jari tertentu. Jelaskan.

7. Diketahui: (1) lingkaran penuh dengan jari-jari r, (2) setengah lingkaran dengan jari-jari $2r$. Tentukan manakah yang kelilingnya lebih besar?

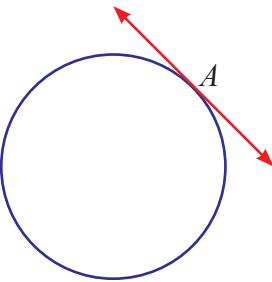
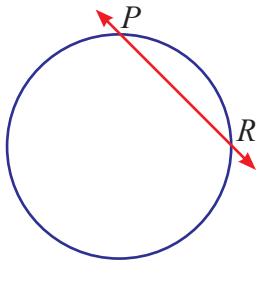
8. Pada gambar di samping adalah dua lingkaran yang konsentris di titik pusat *E*. Jika $m\angle 1 = 42°$, tentukan syarat apa yang harus dipenuhi agar panjang busur *AB* sama dengan dua kali panjang busur *CD*.

9. Bandingkan keliling lingkaran *E* dengan persegi panjang *ABCD* pada gambar di samping. Tentukan pernyataan yang benar.

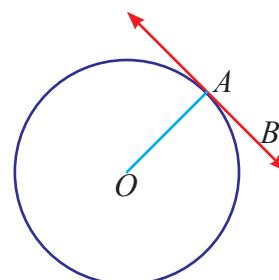
   a. Keliling persegi panjang *ABCD* lebih dari keliling lingkaran *E*.
   b. Keliling lingkaran *E* lebih dari persegi panjang *ABCD*
   c. Keliling lingkaran *E* sama dengan persegi panjang *ABCD*
   d. Tidak cukup informasi untuk menentukan perbandingan kelilingnya.

10. Berikut ini diberikan gambar tiga persegi dengan ukuran sama. Di dalam persegi tersebut dibuat lingkaran sesuai dengan gambar berikut. Daerah di dalam persegi namun di luar lingkaran diberi arsir. Di antara gambar berikut tentukan daerah arsiran terluas.

11. Suatu pabrik biskuit memproduksi dua jenis biskuit berbentuk cakram dengan ketebalan sama, tetapi diameternya beda. Permukaan kue yang kecil dan besar masing-masing berdiameter 7 cm dan 10 cm. Biskuit tersebut dibungkus dengan dua kemasan berbeda. Kemasan biskuit kecil berisi 10 biskuit dijual dengan harga Rp7.000,00 sedangkan kemasan biskuit besar berisi 7 biskuit dijual dengan harga Rp10.000,00. Manakah yang lebih menguntungkan, membeli kemasan biskuit yang kecil atau yang besar? Jelaskan alasanmu.

12. Suatu ketika anak kelas VIII SMP Semangat 45 mengadakan *study tour* ke Kebun Raya Pasuruan. Guru menugasi siswa untuk memperkirakan diameter suatu pohon yang cukup besar. Erik, Dana, Veri, Nia, dan Ria, berinisiatif untuk menghitung diameter pohon tersebut dengan mengukur keliling pohon. Mereka saling mengaitkan ujung jari seperti terlihat pada gambar. Rata-rata panjang dari ujung jari kiri sampai ujung jari kanan setiap siswa adalah 120 cm. Jika tepat lima anak tersebut saling bersentuhan ujung jarinya untuk mengelilingi pohon tersebut, bisakah kalian menentukan (perkiraan) panjang diameter pohon tersebut.

Mengenal Garis Singgung Lingkaran

Pada kegiatan ini kalian akan diajak untuk memahami garis singgung dan bukan garis singgung suatu lingkaran.

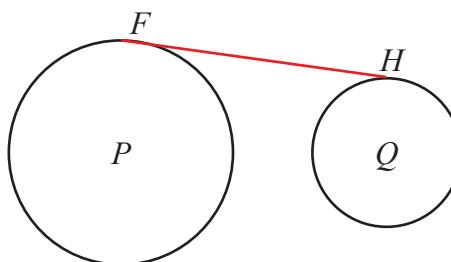
Mari perhatikan beberapa contoh garis singgung dan bukan garis singgung lingkaran berikut. Perhatikan garis berwarna merah dan banyak titik pada lingkaran yang dipotong oleh garis tersebut.

Garis Singgung	Bukan Garis Singgung
A Memotong di 1 titik (titik singgung)	*P*, *R* Memotong lingkaran di 2 titik

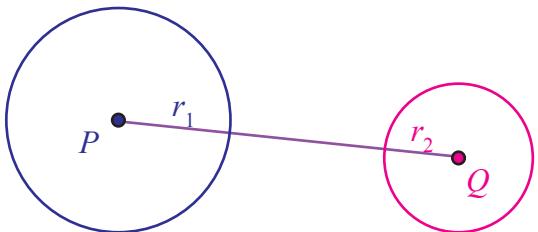
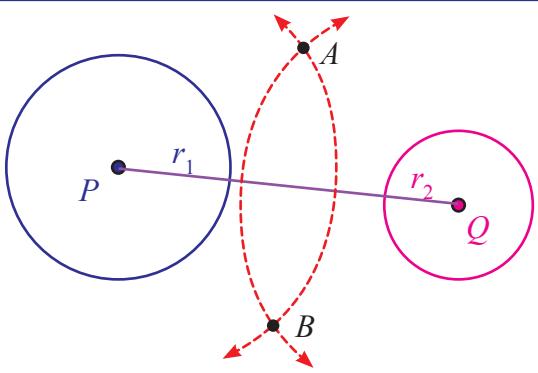
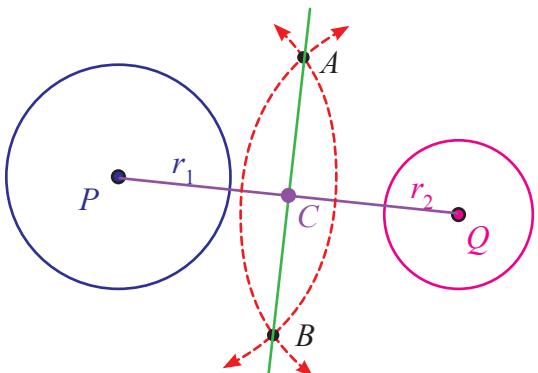
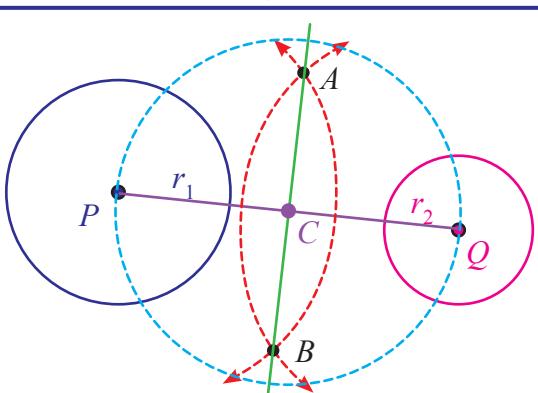
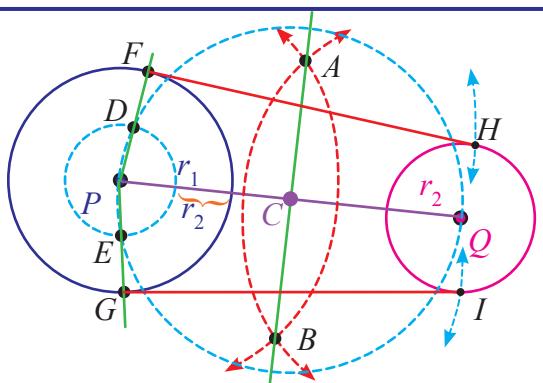
Perhatikan gambar berikut.

Andaikan A adalah titik singgung garis BA terhadap lingkaran O. Buatlah dugaan tentang:

1. Jarak antara titik pusat dengan titik singgung.
2. Ukuran sudut yang terbentuk antara jari-jari lingkaran dengan garis singgung.

   a. Lancip b. Tumpul c. Siku-siku

Diskusikan dengan teman-teman kalian, kemudian sampaikan dugaan kalian kepada guru di kelas untuk mengecek kebenaran dugaan tersebut. Berikan penjelasan atas dugaan kalian untuk meyakinkan teman atau guru kalian.

Menentukan Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

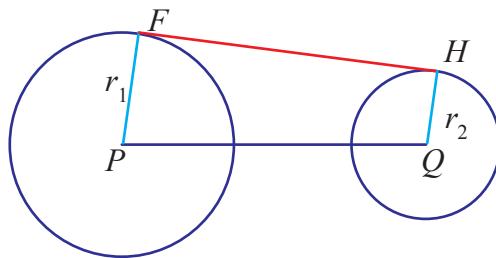
Seperti yang kita ketahui sebelumnya bahwa garis singgung lingkaran adalah garis yang menyinggung suatu lingkaran tepat di satu titik. Jika sebelumnya lingkaran yang disinggung adalah satu, maka pada garis singgung persekutuan dua lingkaran, garis tersebut menyinggung dua lingkaran sekaligus. Garis singgung persekutuan dibedakan menjadi dua, yaitu 1) garis singgung persekutuan dalam, dan 2) garis singgung persekutuan luar. Pada kegiatan ini kita akan berusaha memahami garis singgung persekutuan luar terlebih dulu. Sedangkan garis singgung persekutuan akan dibahas pada **Kegiatan 7.4b**. Bagaimana cara menentukan jarak dua titik singgung persekutuan luar dua lingkaran. Pada kegiatan berikut kita akan melakukan kegiatan untuk menentukan hubungan antara jarak antara kedua titik singgung, jari-jari kedua lingkaran, dengan jarak titik pusat kedua lingkaran.

Misal kita memiliki dua lingkaran dengan pusat P dan Q. Jari-jari lingkaran P dan Q berturut-turut adalah r_1 dan r_2. Garis singgung persekutuan luar lingkaran P dan Q adalah ruas garis terpendek yang menyinggung kedua lingkaran tersebut dan tidak melalui daerah di antara kedua lingkaran. Perhatikan gambar berikut ini. Ruas garis FH adalah satu dari dua garis singgung persekutuan luar lingkaran P dan Q. Titik F adalah titik singgung pada lingkaran P, titik H adalah titik singgung pada lingkaran Q.

Untuk melukis garis singgung persekutuan luar dua lingkaran, ikuti langkah berikut.

Tabel 7.6 Melukis Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

No.	Langkah-langkah Kegiatan	Keterangan
1.	Lukislah dua lingkaran yang berpusat di P dan Q, dengan jari-jari r_1 dan r_2, kemudian hubungkan titik pusat P dan Q ($r_1 > r_2$).	P, r_1, r_2, Q
2.	Lukislah busur lingkaran dari P dan Q dengan jari-jari yang sama dan $r > \frac{1}{2}PQ$, sehingga berpotongan di titik A dan B.	A, P, r_1, r_2, Q, B
3.	Hubungkan titik A dan B, sehingga memotong PQ di titik C.	A, P, r_1, C, r_2, Q, B
4.	Lukislah lingkaran yang berpusat di C, dengan jari-jari $CP = CQ$.	A, P, r_1, C, r_2, Q, B

No.	Langkah-langkah Kegiatan	Keterangan
5.	Lukislah busur lingkaran berpusat di P dengan jari-jari $(r_1 - r_2)$, sehingga memotong lingkaran berpusat di C dengan jari-jari $CP = CQ$ di titik D dan E.	
6.	Hubungkan titik P dengan titik D dan titik P dengan titik E, dan perpanjanglah sehingga memotong lingkaran berpusat P di titik F dan G.	
7.	Lukislah busur lingkaran dengan pusat F dan panjang jari-jarinya DQ, sehingga memotong lingkaran Q di titik H (jadi $FH = DQ$). Lukislah busur lingkaran dengan pusat G dan panjang jari-jarinya EQ, sehingga memotong lingkaran Q di titik I (jadi $GI = EQ$).	

8.	Hubungkan titik *F* dengan titik *H* dan titik *G* dengan titik *I*, sehingga terbentuk garis singgung persekutuan luar dua lingkaran, yaitu *GI* dan *FH*.	

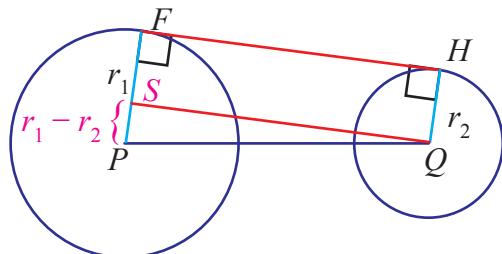
Setelah melakukan pengamatan, mungkin beberapa pertanyaan berikut ini muncul.

1. Bagaimana cara menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran?
2. Bagaimana sudut yang dibentuk oleh garis singgung persekutuan luar dua lingkaran dengan jari-jari kedua lingkaran?

Silakan buat pertanyaan lain terkait pengamatan (jika ada).

Untuk menentukan panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q*, kita perlu mengumpulkan beberapa informasi penting.

1. Garis singgung *FH* menyinggung lingkaran *P* dan *Q* masing-masing tepat di satu titik.
2. Dari titik *F* dan *P* dapat dibuat jari-jari lingkaran *P* sepanjang r_1 dan siku-siku dengan *FH*. Mengapa?
3. Dari titik *H* dan *Q* dapat dibuat jari-jari lingkaran *Q* sepanjang r_2 dan siku-siku dengan *FH*. Mengapa?

Dari ketiga informasi tersebut, kita membuat ilustrasi sebagai berikut.

Gambar 7.6 Garis *FH*, Garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q*

Mari kita perhatikan gambar di atas, ada beberapa informasi penting yang kita peroleh.

1. Ruas garis *FH* tegak lurus dengan jari-jari *FP* dan *HQ*.
2. Kita dapat membuat garis yang menghubungkan titik *Q* dengan titik *S* pada *PF*, sedemikian sehingga $SF = r_2$.

Berikut ini gambar yang diperoleh setelah dibuat ruas garis *QS*.

Perhatikan segiempat *SQHF*.

1. Panjang $SF = HQ = r_2$
2. $\angle SFH$ dan $\angle QHF$ sama-sama sudut siku-siku.

Gambar 7.7 Garis *SQ* sejajar dengan garis singgung *FH*

Dari informasi 1 dan 2 tersebut, bisa ditarik simpulan bahwa *QS* sejajar dengan *FH*. Akibatnya $\angle FSQ$ dan $\angle HQS$ adalah sudut siku-siku. Dengan kata lain lain segiempat *SQHF* adalah persegi panjang. Akibatnya adalah panjang *QS* = *FH*.

Sekarang mari kita perhatikan segitiga *PSQ*. Perhatikan beberapa informasi penting berikut.

1. Sudut *QSP* berpelurus dengan sudut *QSR* (Sudut *QSR* siku-siku), sehingga sudut *QSP* juga siku-siku. Dengan kata lain, segitiga *PSQ* berupa segitiga siku-siku dengan sudut siku-siku di *S*.
2. Panjang $PS = r_1 - r_2$

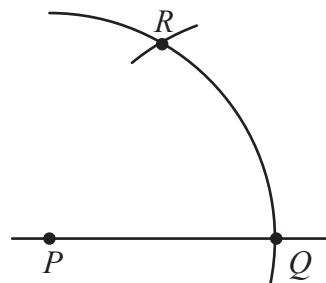
Setelah kita mendapatkan informasi tersebut, kita dapat menentukan panjang *QS* menggunakan teorema Pythagoras.

Jika perhitunganmu benar, kalian akan mendapatkan bentuk berikut.

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

Seperti uraian sebelumnya, bahwa panjang *QS* sama dengan *FH* sama dengan garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q*.

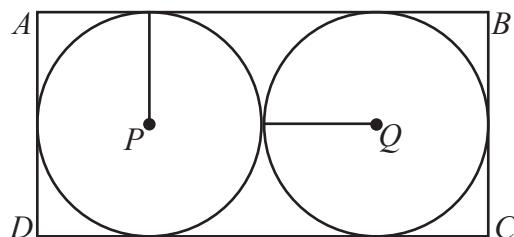
1. Uraikan langkah untuk menentukan jarak kedua titik singgung kedua lingkaran. Sebaiknya kalian mengingat kembali materi Pythagoras.
2. Bagaimana panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran jika jari-jari kedua lingkarannya sama?

Silakan presentasikan langkah kalian dalam menentukan jarak dua titik singgung tersebut kepada teman dan guru kalian di kelas. Mintalah saran dan komentar perbaikan dari langkah yang kalian temukan tersebut.

A. Pilihan Ganda

1. Sudut yang terbentuk antara diameter dengan garis singgung lingkaran adalah ....

   A. lancip C. tumpul
   B. siku-siku D. tidak pasti

2. Diketahui jarak antara pusat lingkaran *A* dan *B* adalah 20 cm. Lingkaran *A* dan *B* memiliki jari-jari berturut-turut 22 cm dan 6 cm. Panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah ... cm.

   A. 9 cm C. 17 cm
   B. 12 cm D. 30 cm

3. Pada gambar di samping, suatu busur dibuat dengan pusat P dan memotong garis di titik Q. Kemudian dengan jari-jari yang sama, dibuat busur dengan pusat Q, sedemikian hingga memotong busur pertama di titik R. Dari titik P, Q, dan R, dibuat sudut PRQ. Ukuran sudut yang terbentuk dari sudut PRQ adalah ....

A. 30° C. 60°

B. 45° D. 75°

TIMSS 2003 8th-Grade Mathematics Items

4. Pada gambar berikut, $ABCD$ adalah suatu persegi panjang. Lingkaran P dan Q adalah lingkaran yang sisi-sisinya saling bersinggungan dengan sisi persegi panjang.

Jika jari-jari masing-masing lingkaran tersebut adalah 5 cm, maka luas persegi panjang adalah ....

A. 50 cm^2 C. 100 cm^2

B. 60 cm^2 D. 200 cm^2

TIMSS 2003 8th-Grade Mathematics Items

5. Diketahui dua lingkaran berbeda. Jari-jari lingkaran pertama adalah 15 cm, sedangkan jari-jari lingkaran kedua adalah 8 cm. Jika jarak pusat kedua lingkaran tersebut adalah 25 cm, maka panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut adalah ... cm

A. 23 cm C. 25 cm

B. 24 cm D. 26 cm

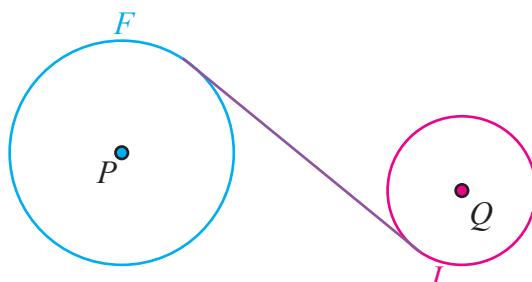
B. Esai

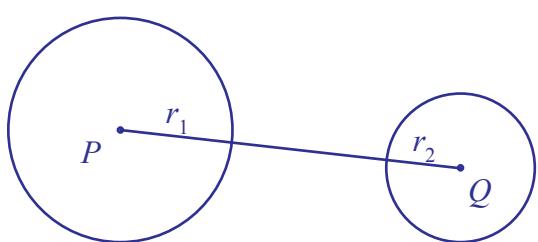
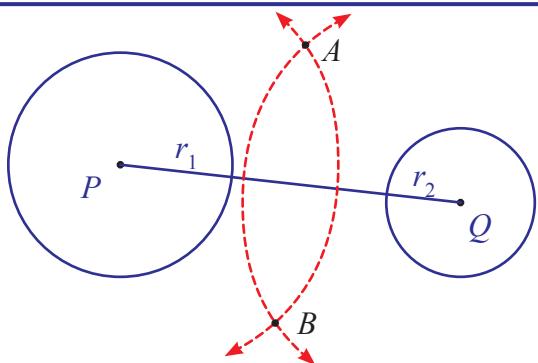
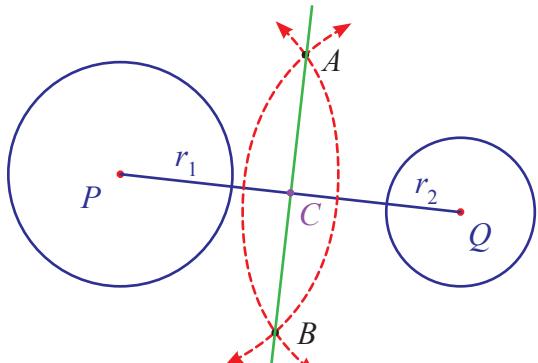
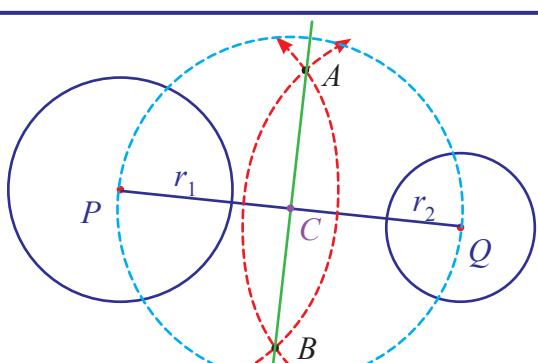
1. Diketahui jarak antara pusat lingkaran *A* dan *B* adalah 10 cm. Lingkaran *A* dan *B* memiliki jari-jari berturut-turut 11 cm dan 3 cm. Tentukan:
   a. panjang garis singggung persekutuan luarnya (jika ada);
   b. sketsa gambarnya (lengkap dengan garis singgung persekutuan luarnya, jika ada).

2. Diketahui panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran *C* dan *D* adalah 24 cm. Jari-jari lingkaran *C* dan *D* berturut-turut 15 cm dan 8 cm. Tentukan:
   a. jarak pusat kedua lingkaran tersebut (jika ada);
   b. jarak kedua lingkaran tersebut (jika ada).

3. Diketahui jarak antara lingkaran *E* dan *F* adalah 5 cm. Lingkaran *E* dan *F* memiliki jari-jari berturut-turut 13 cm dan 4 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut. (jika ada)

4. Diketahui jumlah diameter lingkaran *G* dan *H* adalah 30 cm. Panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah 24 cm. Sedangkan jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 26 cm. Tentukan:
   a. jari-jari kedua lingkaran tersebut,
   b. jarak kedua lingkaran.

5. Diketahui jarak pusat lingkaran *I* dan *J* adalah 12 cm. Lingkaran *I* memiliki jari-jari 8 cm. Tentukan jari-jari *J* maksimal agar terdapat garis singgung persekutuan luar antara lingkaran *I* dan *J*. Jelaskan alasanmu.

Menentukan Garis Singgung Persekutuan dalam Dua Lingkaran

Pada kegiatan sebelumnya kita telah membahas tentang cara menentukan jarak dua titik singgung pada garis singgung persekutuan luar dua lingkaran. Pada kegiatan ini, kita akan menentukan jarak dua titik pada garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran dengan cara mencari hubungan antara jarak antara kedua titik singgung, jari-jari kedua lingkaran, dengan jarak titik pusat kedua lingkaran.

Misal kita memiliki dua lingkaran dengan pusat P dan Q. Jari-jari P dan Q berturut-turut adalah r_1 dan r_2. Garis singgung persekutuan dalam lingkaran P dan Q adalah ruas garis terpendek yang menyinggung kedua lingkaran tersebut dan melalui daerah di antara kedua lingkaran. Perhatikan gambar berikut ini. Ruang garis FI adalah satu dari dua garis singgung persekutuan dalam pada lingkaran P dan Q. Titik F adalah titik singgung pada lingkaran I. Sedangkan titik I adalah titik singgung lingkaran Q.

Ikuti langkah berikut untuk melukis garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran.

No.	Langkah-langkah Kegiatan	Keterangan
1.	Lukislah dua lingkaran yang berpusat di P dan Q, dengan jari-jari r_1 dan r_2, kemudian hubungkan titik pusat P dan Q (keterangan: $r_1 > r_2$).	P, r_1, r_2, Q
2.	Lukislah busur lingkaran dengan pusat P dan Q dengan jari-jari $r > \frac{1}{2}PQ$, sehingga berpotongan di titik A.	A, P, r_1, r_2, Q, B
3.	Hubungkan titik A dan B, sehingga memotong PQ di titik C.	A, P, r_1, C, r_2, Q, B
4.	Lukislah lingkaran yang berpusat di C, dengan jari-jari $CP = CQ$.	A, P, r_1, C, r_2, Q, B

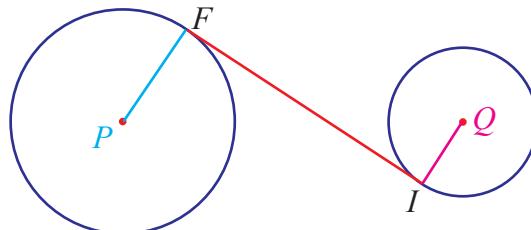
No.	Langkah-langkah Kegiatan	Keterangan
5.	Lukislah busur lingkaran berpusat di P dengan jari-jari $(r_1 + r_2)$, sehingga memotong lingkaran berpusat di C dengan jari-jari $CP = CQ$ di titik D dan E.	
6.	Hubungkan titik P dengan titik D dan titik P dengan titik E, sehingga memotong lingkaran berpusat P di titik F dan G.	
7.	Lukislah busur lingkaran dengan pusat F dan panjang jari-jarinya DQ, sehingga memotong lingkaran berpusat di Q di titik I (jadi $FI = DQ$). Lukislah busur lingkaran dengan pusat G dan panjang jari-jarinya EQ, sehingga memotong lingkaran berpusat di Q di titik H (jadi $GH = EQ$).	

No.	Langkah-langkah Kegiatan	Keterangan
8.	Hubungkan titik F dengan titik I dan titik G dengan titik H, sehingga terbentuk garis singgung persekutuan dalam FI dan GH.	

Setelah kita mengamati bentuk dan cara melukis garis singgung tersebut, mungkin muncul pertanyaan sebagai berikut.

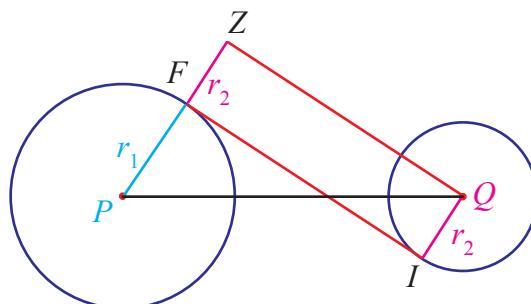
a. Bagaimana cara menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran?

b. Apa hubungan antara garis singgung persekutuan dalam, jari-jari, dan jarak titik pusat kedua lingkaran?

Silakan sampaikan pertanyaan kalian, jika masih ada hal lain yang ingin ditanyakan terkait pengamatan kalian.

Untuk menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam lingkaran P dan Q, kita perlu mengumpulkan beberapa informasi penting.

1. Garis singgung FI menyinggung lingkaran P dan Q masing-masing tepat di satu titik.
2. Dari titik F dan P dapat dibuat jari-jari lingkaran P sepanjang r_1 dan siku-siku dengan FI. Mengapa?

3. Dari titik I dan Q dapat dibuat jari-jari lingkaran Q sepanjang r_2 dan siku-siku dengan FI. Mengapa?

Dari ketiga informasi tersebut, kita membuat ilustrasi sebagai berikut.

Gambar 7.8 Garis *FI*, Garis singgung persekutuan dalam lingkaran *P* dan *Q*

Mari kita perhatikan gambar sebelumnya, ada beberapa informasi penting yang kita peroleh.

1. Ruang garis FI tegak lurus dengan jari-jari PF dan QI.
2. Kita dapat memperpanjang garis PF menjadi PZ, sedemikian sehingga panjang $FZ = r_2$.
3. Kemudian dengan menghubungkan titik P, Q, dan Z kita dapat memembentuk segitiga QPZ. Segitiga QPZ adalah suatu segitiga siku-siku, dengan sudut siku-siku di Z. (Mengapa?)

Berikut ini gambar setelah terbentuk segitiga PQZ.

Gambar 7.8 Garis *ZQ* sejajar dengan garis singgung *FI*

Setelah segitiga PQZ terbentuk, kita dapat menggunakan teorema Pythagoras untuk menentukan panjang QZ.

Jika perhitungan kalian benar, kalian akan mendapatkan bentuk berikut.

$$QZ = \sqrt{PQ^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

Seperti uraian sebelumnya, bahwa panjang QZ sama dengan FI sama dengan panjang garis singgung persekutuan dalam lingkaran P dan Q.

Uraikan langkah untuk menentukan jarak kedua titik singgung kedua lingkaran. Sebaiknya kalian mengingat kembali materi Pythagoras.

Silakan presentasi langkah kalian dalam menentukan jarak dua titik singgung tersebut kepada teman dan guru kalian di kelas. Mintalah saran dan komentar perbaikan dari langkah yang kalian temukan tersebut.

A. Pilihan Ganda

1. Diketahui dua lingkaran berbeda dengan jarak antarpusatnya 10 cm. Jika panjang diameter lingkaran pertama adalah 8 cm, maka panjang diameter maksimal agar kedua lingkaran tersebut memiliki garis singgung persekutuan dalam adalah ....

   A. 11 cm　　C. 13 cm
   B. 12 cm　　D. 14 cm

2. Diketahui dua lingkaran berbeda. Jari-jari lingkaran pertama adalah 2,5 cm, sedangkan jari-jari lingkaran kedua adalah 4,5 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut adalah 24 cm, maka jarak pusat kedua lingkaran adalah ... cm.

   A. 25　　C. 29
   B. 27　　D. 31

3. Diketahui dua lingkaran berbeda. Jari-jari lingkaran pertama adalah 20 cm, sedangkan jari-jari lingkaran kedua adalah 10 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut adalah 40 cm, maka jarak pusat kedua lingkaran adalah ... cm.

   A. 20
   B. 30
   C. 40
   D. 50

4. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari sama, yaitu 4,5 cm. Jika jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 15 cm, maka panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran adalah ... cm.

   A. 10
   B. 12
   C. 15
   D. 16

B. Esai

1. Diketahui jarak antara pusat lingkaran A dan B adalah 15 cm. Lingkaran A dan B memiliki jari-jari berturut-turut 5 cm dan 4 cm. Tentukan:
   a. panjang garis singggung persekutuan dalamnya. (jika ada)
   b. sketsa gambarnya (lengkap dengan garis singgung persekutuan dalamnya, jika ada)
2. Diketahui panjang garis singgung persekutuan dalam lingkaran C dan D adalah 12 cm. Jari-jari lingkaran C dan D berturut-turut 1,5 cm dan 2 cm. Tentukan:
   a. jarak pusat kedua lingkaran tersebut. (jika ada)
   b. jarak kedua lingkaran tersebut. (jika ada)
3. Diketahui jarak antara lingkaran E dan F adalah 5 cm. Lingkaran E dan F memiliki jari-jari berturut-turut 13 cm dan 4 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut. (jika ada)
4. Diketahui selisih diameter lingkaran G dan H adalah 10 cm. Panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 20 cm. Sedangkan jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 25 cm. Tentukan:
   a. jari-jari kedua lingkaran tersebut.
   b. jarak kedua lingkaran.
5. Diketahui jarak pusat lingkaran I dan J adalah 30 cm. Lingkaran I memiliki jari-jari 8 cm. Tentukan jari-jari J maksimal agar terdapat garis singgung persekutuan dalam antara lingkaran I dan J. Jelaskan alasanmu.

Tuliskan hal-hal penting yang telah kalian dapat dari belajar materi Lingkaran.

1. Bagaimanakah hubungan sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur yang sama?
2. Bagimanakah hubungan antara sudut pusat, panjang busur, dan keliling lingkaran?
3. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat, luas juring, dan luas lingkaran?
4. Bagaimana rumus menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran?
5. Bagaimana rumus menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran?

Uji Kompetensi 7

A. Pilihan Ganda

1. Diketahui suatu juring lingkaran dengan ukuran sudut pusat 90^o. Jika luas juring tersebut adalah 78,5 cm^2, maka jari-jari lingkaran tersebut adalah .... (π = 3,14)

   A. 7 cm
   B. 10 cm
   C. 49 cm
   D. 100 cm

2. Diketahui panjang busur suatu lingkaran adalah 22 cm. Jika sudut pusat yang menghadap busur tersebut berukuran 120°, maka panjang jari-jari juring lingkaran tersebut adalah ... cm. ($\pi = \frac{22}{7}$)

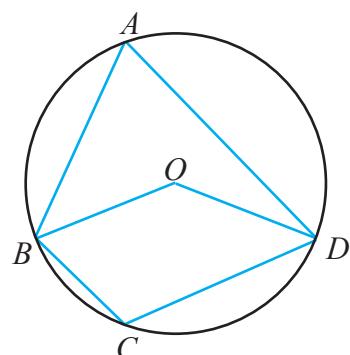
   A. 7
   B. 14
   C. 21
   D. 28

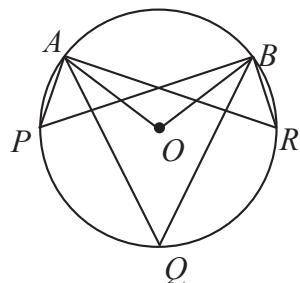
3. Diketahui panjang busur suatu lingkaran adalah 16,5 cm. Jika panjang diameter lingkaran tersebut adalah 42 cm, maka ukuran sudut pusatnya adalah .... ($\pi = \frac{22}{7}$)

   A. 45°
   B. 90°
   C. 135°
   D. 180°

4. Diketahui suatu juring lingkaran memiliki luas 57,75 cm^2. Jika besar sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut adalah 60°, maka panjang jari-jari lingkaran tersebut adalah .... ($\pi = \frac{22}{7}$)

   A. 7 cm
   B. 10,5 cm
   C. 14 cm
   D. 17,5 cm

5. Panjang busur lingkaran dengan jari-jari 21 cm dan sudut pusat 30° adalah .... ($\pi = \frac{22}{7}$)

A. 11 cm
C. 110 cm
B. 12 cm
D. 120 cm

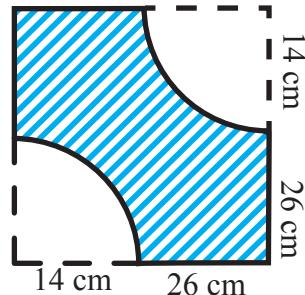
6. Perhatikan lingkaran O di samping.

Diketahui $m\angle BOD = 110°$

Tentukan $m\angle BCD$.

A. 55°
C. 220°
B. 125°
D. 250°

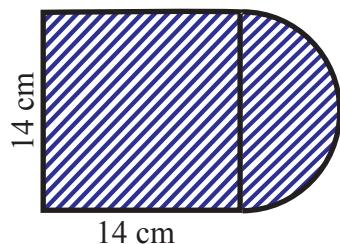
7. Perhatikan gambar dibawah ini.

Bila diketahui $\angle APB + \angle AQB + \angle ARB = 144°$, maka tentukan besar $\angle AOB$.

A. 144°
C. 48°
B. 72°
D. 24°

8. Suatu ban mobil berdiameter 60 cm (0,6 m). Ban tersebut bergaransi hingga menempuh 10.000 km. Sampai dengan berapa putaran ban tersebut hingga masa garansinya habis? (1 km = 1.000m)

A. Sekitar 2.000.000 putaran
B. Sekitar 3.000.000 putaran
C. Sekitar 4.000.000 putaran
D. Sekitar 5.000.000 putaran

9. Perhatikan gambar berikut.

   Keliling bagian yang diarsir biru adalah ....

   A. 140 cm
   B. 148 cm
   C. 158 cm
   D. 160 cm

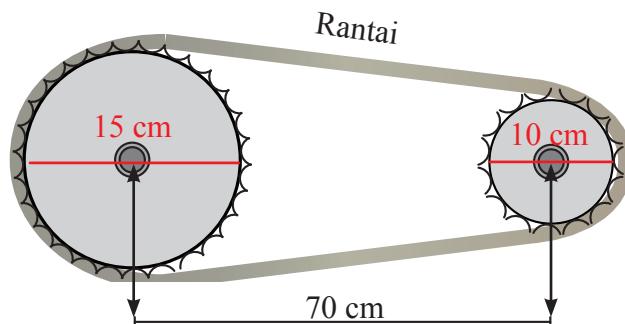
10. Perhatikan gambar berikut.

    Luas daerah yang diarsir adalah ....

    A. 77 cm^2
    B. 196 cm^2
    C. 273 cm^2
    D. 372 cm^2

11. Diketahui panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran *C* dan *D* adalah 12 cm. Jari-jari lingkaran *C* dan *D* berturut-turut 7,5 cm dan 4 cm. Jarak antara kedua pusat lingkaran tersebut adalah ... cm.

    A. 12,5
    B. 13
    C. 17
    D. 25

12. Diketahui jarak antara pusat lingkaran *A* dan *B* adalah 7,5 cm. Lingkaran *A* dan *B* memiliki jari-jari berturut-turut 2,5 cm dan 2 cm. Panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut adalah ... cm.

    A. 4
    B. 4,5
    C. 6
    D. 6,5

13. Diketahui dua lingkaran dengan ukuran jari-jari lingkaran pertama lebih dari lingkaran kedua. Jari-jari lingkaran pertama adalah 1,5 cm. Sedangkan jarak pusat kedua lingkaran tersebut adalah 2,5 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut adalah 2,4 cm, maka diameter lingkaran kedua adalah ... cm

    A. 0,4
    B. 0,8
    C. 1,6
    D. 2

14. Diketahui dua lingkaran berbeda. Jari-jari lingkaran pertama adalah 19 cm, sedangkan jari-jari lingkaran kedua adalah 10 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut adalah 40 cm, maka jarak pusat kedua lingkaran adalah ... cm

    A. 41
    B. 42
    C. 43
    D. 44

15. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari berbeda. Jika jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 17 cm, dan panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah 15 cm, maka pasangan jari-jari lingkaran manakah yang sesuai dengan kedua lingkaran tersebut?

    A. 12 cm dan 3 cm
    B. 12 cm dan 2 cm
    C. 10 cm dan 3 cm
    D. 10 cm dan 2 cm

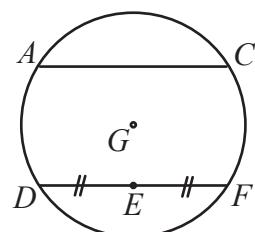
16. Diketahui dua lingkaran dengan diameter berbeda. Jika jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 15 cm, dan panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah 12 cm, maka pasangan diameter lingkaran manakah yang sesuai dengan kedua lingkaran tersebut?

    A. 12 cm dan 2 cm
    B. 12 cm dan 3 cm
    C. 24 cm dan 4 cm
    D. 24 cm dan 5 cm

17. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari berbeda. Jari-jari lingkaran pertama adalah 13 cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 20 cm. Jika panjang gari singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut adalah 16 cm, maka panjang jari-jari lingkaran kedua yang tepat adalah ...

    A. 1 cm
    B. 2 cm
    C. 26 cm
    D. 27 cm

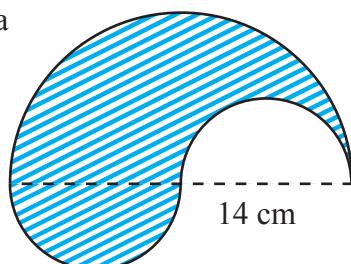
18. Diketahui jarak pusat sumbu gir pada sepeda *X* adalah 70 cm. Jika diameter gir belakang 15 cm, dan gir depan 10 cm, maka taksiran terdekat panjang rantai penghubung kedua gir tersebut adalah ....

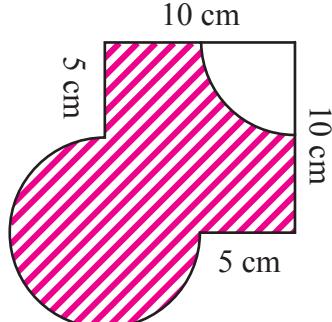
    A. 48 cm
    B. 69 cm
    C. 140 cm
    D. 220 cm

19. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari berbeda. Jika jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm, dan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran adalah 8 cm, maka manakah pasangan jari-jari kedua lingkaran tersebut yang sesuai?

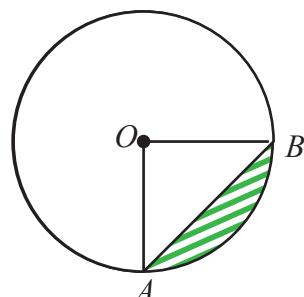
    A. 1 cm dan 6 cm
    B. 1 cm dan 5 cm
    C. 2 cm dan 3 cm
    D. 1,5 cm dan 2,5 cm

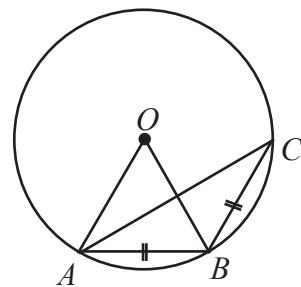
20. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari berbeda. Jika jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 20 cm, dan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran adalah 16 cm. Jika panjang jari-jari salah satu lingkaran tersebut adalah 10 cm, maka panjang jari-jari lingkaran kedua adalah?

    A. 2 cm
    B. 3 cm
    C. 4 cm
    D. 5 cm

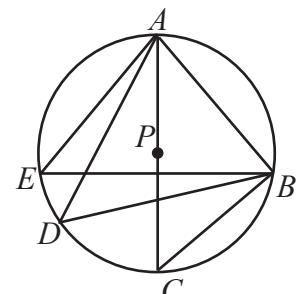
B. Esai

1. Perhatikan gambar di samping. Diketahui lingkaran dengan pusat G dan berjari-jari 26 cm. Talibusur AC dan DF berjarak sama-sama 10 cm terhadap G. Tentukan panjang:

   a. AC

   b. DE

2. Tentukan keliling daerah yang diarsir pada bangun berikut.

3. Amati gambar di bawah ini. Tentukan keliling dan luas daerah yang diarsir.

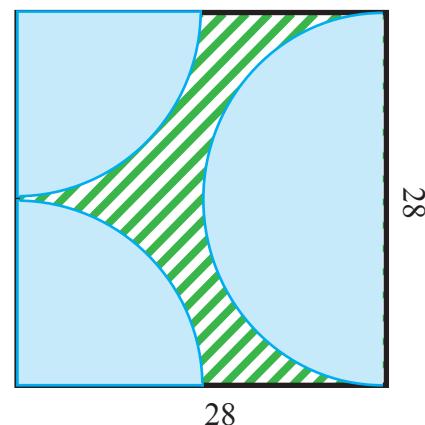
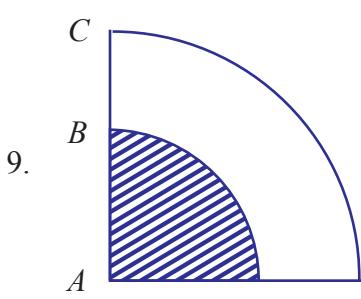
4. Perhatikan gambar di bawah ini. Besar sudut pusat AOB adalah 90°, kemudian jari-jarinya = 21 cm.

   Hitunglah luas daerah yang diarsir.

5. Diketahui $\angle OAB = 55^o$ dan $AB = BC$.

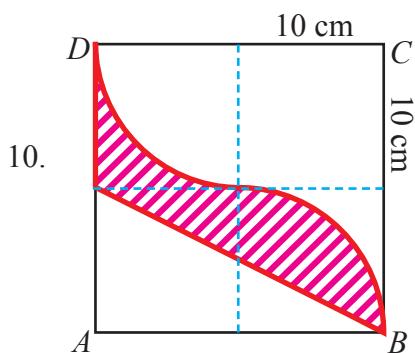
   Tentukanlah besar:

   a. $\angle AOB$
   b. $\angle ACB$
   c. $\angle ABC$

6. Perhatikan gambar di samping

   Diketahui $\angle AEB = 62^o$.

   Hitunglah besar: $\angle ADB$, $\angle ACB$, dan $\angle ABC$

7. Suatu pabrik membuat biskuit yang berbentuk lingkaran padat dengan diameter 5 cm. Sebagai variasi, pabrik tersebut juga ingin membuat biskuit dengan ketebalan sama namun berbentuk juring lingkaran dengan sudut pusat 90^o. Tentukan diameter biskuit tersebut agar bahan produksinya sama dengan biskuit yang berbentuk lingkaran.

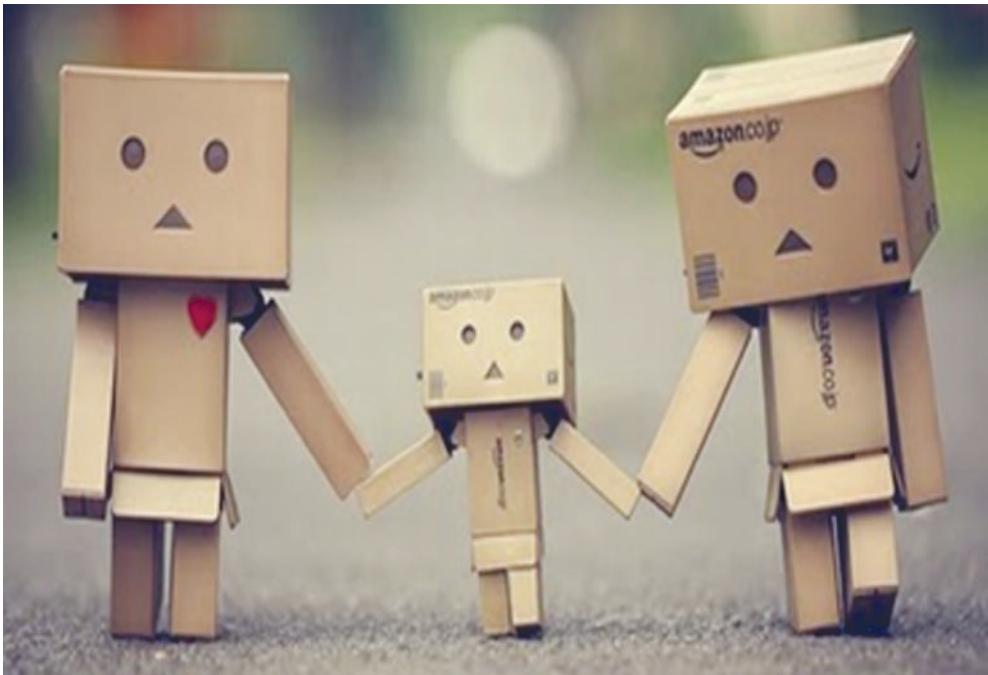
8. Pak Santoso memiliki lahan di belakang rumahnya berbentuk persegi dengan ukuran panjang sisi 28×28 m^2. Taman tersebut sebagian akan dibuat kolam (tidak diarsir) dan sebagian lagi rumput hias (diarsir).

   Jika biaya pemasangan rumput Rp50.000,00/m^2. Sedangkan biaya tukang pemasang rumput Rp250.000,00.

   a. Tentukan keliling lahan rumput milik Pak Santoso tersebut.

9.

b. Tentukan anggaran yang harus disiapkan oleh Pak Santoso untuk mengolah lahan tersebut.

Diketahui bahwa luas daerah yang diarsir setengah dari luas daerah yang tidak diarsir. Tentukan panjang AB dibagi panjang AC.

10.

Diketahui persegi $ABCD$ tersusun dari empat 4 persegi kecil sama ukuran dengan panjang sisi = 10 cm. Tentukan luas daerah yang diarsir berikut. Jelaskan jawabanmu.

Bab 8

Bangun Ruang Sisi Datar

Sumber:https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-ruang-sisi-datar-pak-tohir.jpg

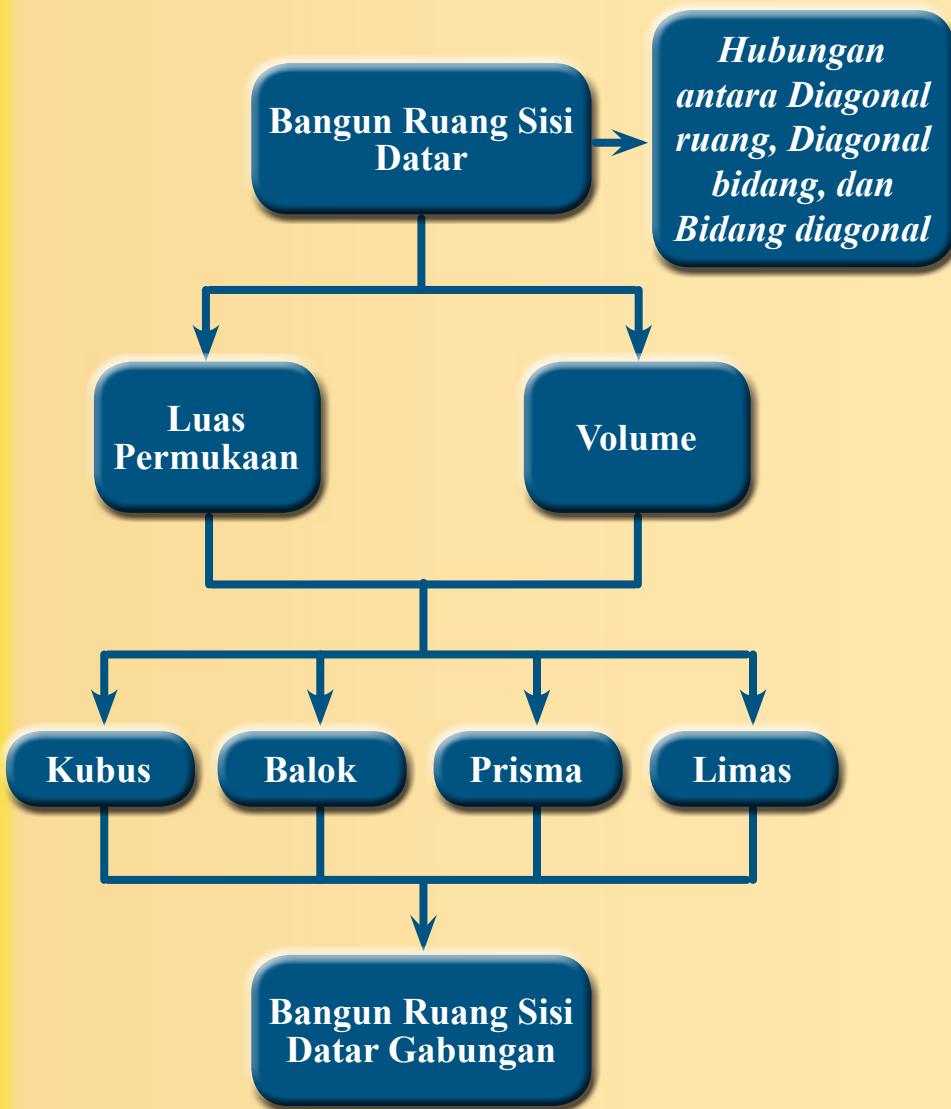
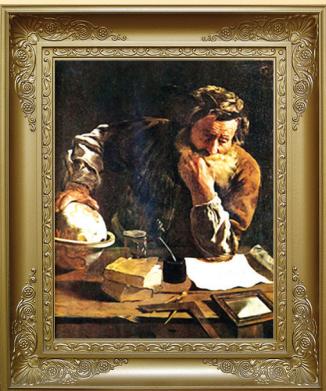
Boneka Danboard

Sebuah boneka Danboard dibuat dari kertas karton board. Boneka ini adalah kreasi dari Azuma Kiyohiko seorang komikus serial manga Yotsuba. Bentuk boneka ini sangat unik, yaitu action figure dengan penampilan seperti manusia dengan ukuran mini 7 cm dan 13 cm.

Siapa pun pasti akan merasa gemas ketika melihat si boneka ini. Bagaimana tidak, boneka dapat digerakkan secara manual dan dibentuk dengan berbagai macam gaya yang unik. Perusahaan yang membuatnya menggunakan teknologi tinggi di setiap persendian boneka ini sehingga membuatnya mampu bergerak luwes.

Pertanyaannya sekarang adalah bagaimanakah cara membuat karton boneka secara manual? Tentunya untuk menjawab pertanyaan tersebut kita harus tahu terlebih dahulu tentang materi bangun ruang sisi datar, karena di setiap sisi bagian tertentu luasnya harus ada yang sama.

Kata Kunci

- *Sisi tegak*
- *Sisi alas*
- *Luas permukaan*
- *Volume*

Kompetensi Dasar

3.9 Membedakan dan menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas).

4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma dan limas), serta gabungannya.

Pengalaman Belajar

1. Menemukan luas permukaan kubus dan balok dengan menggunakan alat peraga berupa benda nyata.
2. Menemukan luas permukaan prisma yang didapat dari penurunan rumus luas permukaan balok.
3. Menentukan luas permukaan limas dengan syarat-syarat ukuran yang harus diketahui.
4. Menemukan volume kubus dan balok melalui pola tertentu sehingga bisa diterapkan pada volume prisma dan limas.
5. Menghitung luas permukaan dan volume bangun ruang gabungan dengan menerapkan geometri dasarnya.

Peta Konsep
Bangun Ruang Sisi Datar
Hubungan antara Diagonal ruang, Diagonal bidang, dan Bidang diagonal
Luas Permukaan
Volume
Kubus
Balok
Prisma
Limas
Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan

Archimedes
(287 SM - 212 SM)

Archimedes dari Syracusa (287 SM - 212 SM). Ia belajar di kota Alexandria, Mesir. Pada waktu itu yang menjadi raja di Sirakusa adalah Hieron II, sahabat Archimedes. Archimedes sendiri adalah seorang matematikawan, astronom, filsuf, fisikawan, dan insinyur berbangsa Yunani. Ia dibunuh oleh seorang prajurit Romawi pada penjarahan kota Syracusa, meskipun ada perintah dari Jendral Romawi, Marcellus bahwa ia tak boleh dilukai. Sebagian sejarahwan matematika memandang Archimedes sebagai salah satu matematikawan terbesar dalam sejarah, bersama-sama Newton dan Gauss.

Archimedes dikenal karena ide sainsnya mengenai teori mengembang dan tenggelam. Menurut cerita, pada suatu hari ia dimintai Raja Hieron II untuk menyelidiki apakah mahkota emasnya dicampuri perak atau tidak. Archimedes memikirkan masalah ini dengan sungguh-sungguh. Hingga ia merasa sangat letih dan menceburkan dirinya dalam bak mandi umum penuh dengan air. Lalu, ia memerhatikan ada air yang tumpah ke lantai dan seketika itu pula ia menemukan jawabannya. Ia bangkit berdiri, dan berlari sepanjang jalan ke rumah dengan telanjang bulat. Setiba di rumah ia berteriak pada istrinya, "Eureka. Eureka." yang artinya "sudah kutemukan. sudah kutemukan."

Archimedes hanya perlu memperoleh jumlah kuantitas emas yang digunakan untuk membuat mahkota itu, lalu menentukan berat jenisnya dengan proses yang sama. Jika berat jenis mahkota itu tidak sama, berarti emas itu mengandung emas campuran. Ia berhasil menemukan cara mengetahui volume berat jenis benda tersebut dengan memasukkannya ke dalam air. Kemudian, mengukur berapa banyak air yang didorong oleh benda tersebut.Ia juga dikenal sebagai matematikawan yang sangat hebat, salah satu penemuannya adalah menemukan rumus bangun datar dan volume bangun ruang.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Setiap apa yang kita lakukan, buatlah menjadi sesuatu yang sangat berarti.
2. Jika kita dihadapkan dengan suatu masalah, berusahalah dengan sekuat tenaga untuk segera mencari solusinya. Salah satu cara supaya masalah cepat selesai adalah dengan menenangkan diri dan merenungkan tentang masalah tersebut dan munculkanlah pertanyaan-pertanyaan yang sesuai dengan konteks permasalahan. Misalkan: bagaimana cara untuk mengetahuinya? Apa yang harus dilakukan? Kenapa seperti ini? Kenapa tidak begitu? Dan lain-lain.
3. Kita harus bisa menerapkan materi yang satu dengan materi yang lainnya untuk memecahkan masalah yang ada di sekitar kita.
4. Segala sesuatu yang dapat kita amati pada fenomena alam ini dan bisa mempertanyakannya serta bisa memperoleh jawabannya, maka kita akan memperoleh pengetahuan baru yang sangat bermanfaat bagi diri kita pada khususnya dan orang lain pada umumnya.

Sumber: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e7/Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg

Bangun Ruang Sisi Datar

Sumber: matematohir. wordpress.com

(a)

Sumber: http://m2suidhat. blogspot.com/

(b)

***Sumber:** info-bangunan. blogspot.com*

(c)

Sumber: Kemdikbud

(d)

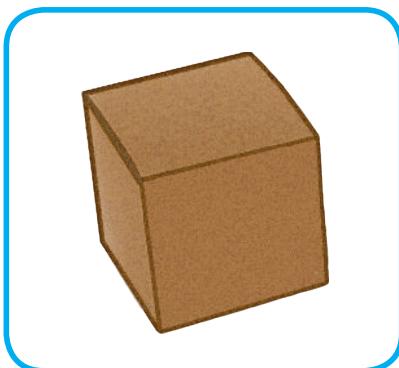
Sumber: Kemdikbud

(e)

Gambar 8.1 (a) potongan buah-buahan, (b) rubik, (c) batu bata merah, (d) atap rumah, dan (e) piramida

*Coba perhatikan susunan batu bata merah, potongan buah-buahan, dan rubik pada **Gambar 8.1a, 8.1b,** dan **8.1c**. Batu bata merah, potongan buah-buahan, dan rubik tersebut disusun dengan rapi dan membentuk kubus atau balok, bagian luarnya membentuk bidang-bidang yang merupakan bidang sisi balok. Sedangkan pada **Gambar 8.1d** merupakan atap rumah membentuk prisma dan **Gambar 8.1e** merupakan piramida membentuk limas, bagian luarnya juga membentuk bidang-bidang yang merupakan bidang sisi.*

Dapatkah kalian menghitung luas bidang sisinya? Ada berapa batu bata yang digunakan? Perhatikan perpotongan antarbidang sisinya. Dapatkah kalian menjelaskan apakah yang terjadi? Coba amati, adakah tiga rusuk yang berpotongan di satu titik? Jika ada, sebutkan dan berapa banyaknya?

Untuk mengetahui tentang bidang sisi, rusuk, dan titik sudut pada kubus, balok, prisma, dan limas lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 8.1 *Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok*

Masalah 8.1

Perhatikan gambar berikut ini atau ambillah dua kotak kue atau kardus kecil yang berbentuk kubus dan balok (kotak kue atau kardus kecil yang diambil harus berbeda dengan kelompok yang lain), kemudian amatilah.

Sumber: matematohir.wordpress.com

(a)

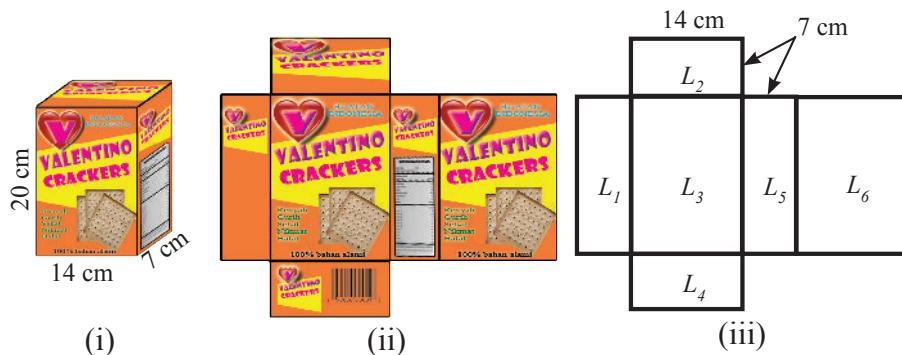
Sumber: matematohir.wordpress.com

(b)

Gambar 8.2 (a) Kotak kue dan (b) kardus

Irislah beberapa rusuk pada bangun yang berbentuk balok sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, sehingga akan didapat apa yang disebut jaring-jaring balok.

Selanjutnya irislah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda pada bangun yang berbentuk kubus sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, maka akan didapat apa yang disebut jaring-jaring kubus.

Bandingkan kedua bentuk jaring-jaring tersebut, kemudian ukurlah dan hitunglah luasnya.

Alternatif Pemecahan Masalah

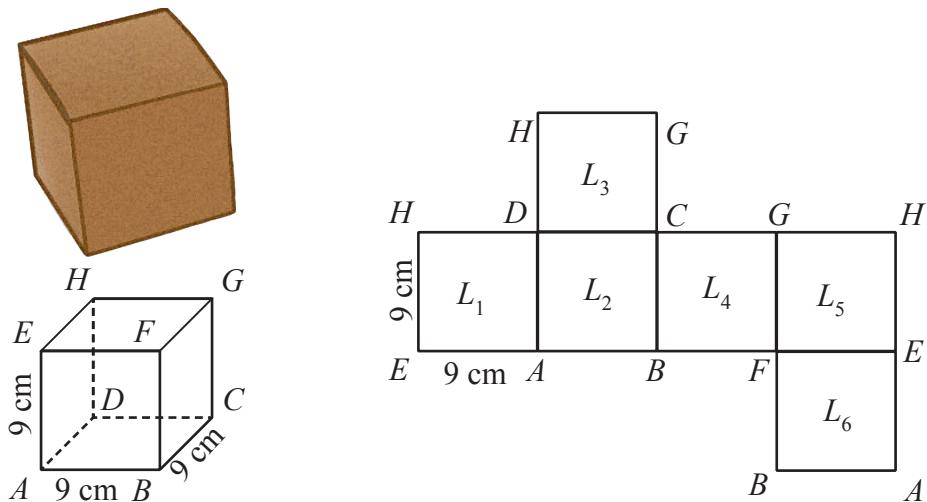
Salah satu jawaban dari pertanyaan pada **Masalah 8.1** di atas adalah sebagai berikut.

Perhatikan gambar kotak kue berikut.

Sumber : Kemdikbud

Gambar 8.3 Kotak roti dan jaring-jaringnya

Gambar 8.3 di atas merupakan gambar kotak kue yang digunting (diiris) pada tiga buah rusuk alas dan atasnya serta satu buah rusuk tegaknya, yang direbahkan pada bidang datar sehingga membentuk jaring-jaring kotak kue.

Pada **Gambar 8.3** (iii) di dapat sebagai berikut:

$L_1 = L_5$, $L_2 = L_4$, dan $L_3 = L_6$

Sehingga luas seluruh permukaan kotak kue.

$= L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$

$= (L_1 + L_5) + (L_2 + L_4) + (L_3 + L_6)$

$= (2 \times L_1) + (2 \times L_2) + (2 \times L_3)$

$= (2 \times 7 \times 20) + (2 \times 7 \times 14) + (2 \times 14 \times 20)$

$= (280) + (196) + (560)$

$= 1.036$

Jadi, luas seluruh permukaan kotak kue adalah 1.036 cm^2

Perhatikan kembali gambar kotak kue berikut:

Gambar 8.4 Kotak kue dan jaring-jaring kubus

Pada gambar di atas, didapat sebagai berikut:

$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = L_6$

Sehingga luas seluruh permukaan kotak kue

$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = L_6$

$= 6 \times L_1$

$= 6 \times (9 \times 9)$

$= 6 \times (81)$

$= 486$

Jadi, luas seluruh permukaan kotak kue adalah 486 cm^2.

Jika suatu kotak kue *yang berbentuk balok diiris pada tiga buah rusuk alasnya dan atasnya, serta satu buah rusuk tegaknya, kemudian direbahkan sehingga terjadi bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan* **jaring-jaring balok**.

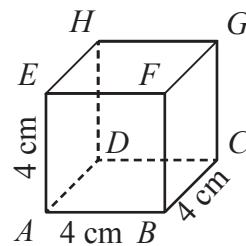
Demikian juga pada kotak kue yang berbetuk kubus, apabila diiris pada rusuk-rusuk tertentu dan direbahkan pada bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring kubus**.

Jika kalian ingin membuat kotak pernik-pernik berbentuk kubus dari kertas karton, dimana kotak pernik-pernik tersebut memiliki panjang rusuk 12 cm, maka buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

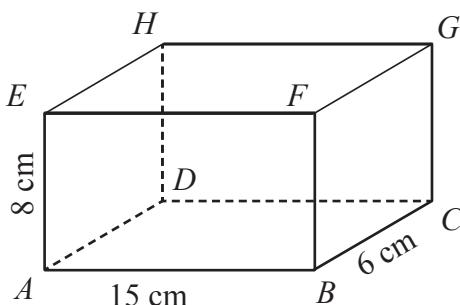
1. "kubus" dan "panjang rusuk 12 cm"
2. "kubus" dan "kertas karton"
3. "banyak" dan "pernik-pernik"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Contoh pertanyaan: (1) Bagaimana cara membuat kubus dengan ukuran 12 cm?

(2) Seberapa banyak pernik-pernik yang dibutuhkan?

Luas permukaan balok adalah jumlah seluruh luas sisi balok tersebut. Ada dua luas sisi yang berhadapan sama. Sedangkan luas permukaan kubus sama halnya dengan luas permukaan balok, akan tetapi kalau kubus luas setiap sisi-sisinya adalah sama. Karena sisi balok ada 6, maka luas permukaan kubus adalah luas satu sisinya dikalikan 6.

Hitunglah luas permukaan bangun berikut ini.

Gambar 8.5 Kubus *ABCD.EFGH*

Luas permukaan kubus $= 6s^2$

$= 6 \times 4^2$

$= 6 \times 16$

$= 96$

Jadi, luas permukaan bangun yang bentuk kubus adalah 96 cm^2.

Hitunglah luas permukaan bangun berikut ini.

Gambar 8.6 Balok *ABCD.EFGH*

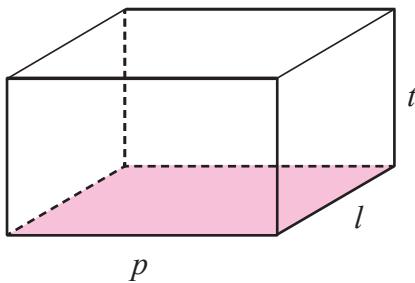
Luas permukaan balok $= 2(pl + pt + lt)$

$= 2(15 \times 6 + 15 \times 8 + 6 \times 8)$

$= 2(90 + 120 + 48)$

$= 2(258)$

$= 516$

Jadi, luas permukaan bangun yang bentuk balok adalah 516 cm^2.

Sebuah balok memiliki sisi-sisi yang luasnya 24 cm^2, 32 cm^2, dan 48 cm^2. Berapakah jumlah panjang semua rusuk balok tersebut?

Perhatikan gambar berikut.

Menurut informasi dari soal, maka didapat $pl = 48$, $pt = 32$, dan $lt = 24$.

Dengan menyelesaikan sistem persamaan yang ada, maka diperoleh sebagai berikut:

$$p = \sqrt{\frac{pl \times pt}{lt}} = \sqrt{\frac{48 \times 32}{24}} = 8$$

$$l = \sqrt{\frac{pl \times lt}{pt}} = \sqrt{\frac{48 \times 24}{32}} = 6$$

$$t = \sqrt{\frac{pt \times lt}{pl}} = \sqrt{\frac{32 \times 24}{48}} = 4$$

Sehingga jumlah panjang semua rusuk balok

$= 4(p + l + t) = 4(8 + 6 + 4) = 4(18) = 72$

Jadi, jumlah panjang semua rusuk balok tersebut adalah 72 cm.

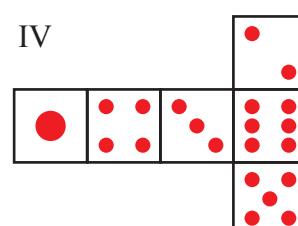
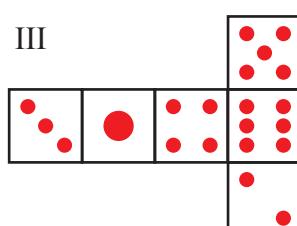
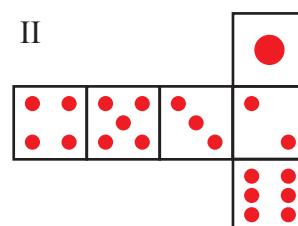
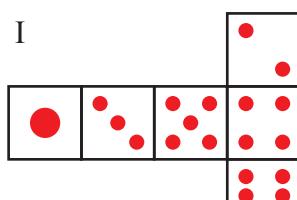
Coba temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri tentang dua hal berikut.

1. Perhatikan kembali **Contoh 8.3**. Coba temukan cara lain yang menurut kalian lebih mudah untuk menentukan ukuran panjang, lebar, dan tingginya.
2. Jika diketahui luas permukaan balok adalah 108 cm^2. Bagaimana cara menemukan ukuran panjang, lebar, dan tinggi balok tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?

Sebuah karton berukuran 0,5 m × 1 m. Karton tersebut akan dibuat untuk membungkus kado yang berukuran 10 cm × 12 cm × 20 cm. Jika kado yang akan dibuat sebanyak 500 buah, maka berapa banyak minimal karton yang dibutuhkan?

Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban dengan kelompok yang lain. Kemudian bandingkan hasil jawabannya, diskusikan dengan kelompok tersebut.

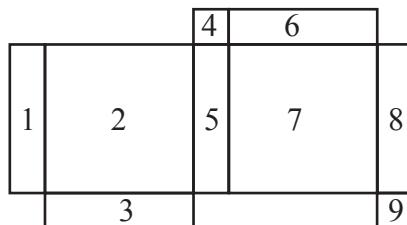
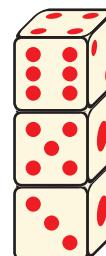
Tulislah simpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.

Kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Akan dibuat model kerangka balok dari kawat yang panjangnya 10 m. Jika ukuran panjang, lebar, dan tingginya adalah 30 cm × 20 cm × 10 cm.
   a. Hitunglah banyak kerangka balok yang dapat dibuat.
   b. Berapakah sisa kawat dari yang telah digunakan untuk membuat balok?

2. Perhatikan gambar dua dadu di samping. Dadu adalah kubus angka khusus di mana aturan berikut ini berlaku:

   Jumlah dari titik-titik yang terdapat pada dua sisi yang berhadapan selalu tujuh.

Kalian dapat membuat sebuah kubus angka sederhana dengan memotong, melipat, dan menempel karton. Pekerjaan ini dapat dilakukan dengan banyak cara. Pada gambar di bawah ini kalian dapat melihat empat potongan karton yang dapat digunakan untuk membuat kubus angka dengan titik-titik pada sisi-sisinya.

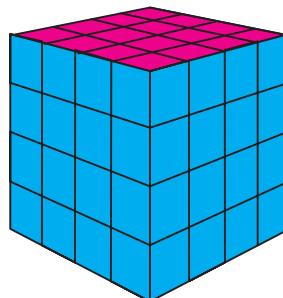
Mana di antara bentuk-bentuk berikut ini yang dapat dilipat untuk membentuk kubus yang memenuhi aturan bahwa jumlah titik pada sisi-sisi yang berhadapan adalah 7?

Bentuk	Memenuhi aturan bahwa jumlah titik pada sisi-sisi yang berhadapan adalah 7
I	Ya / Tidak
II	Ya / Tidak
III	Ya / Tidak
IV	Ya / Tidak

3. Gambar berikut menunjukkan 3 dadu di susun ke atas. Dadu 1 terlihat muka 4 di bagian atas.

Tentukan jumlah titik pada sisi dadu yang tidak dapat kalian lihat (bagian bawah dadu 1, bagian atas dan bawah dadu 2, dan bagian atas dan bawah dadu 3).

Dadu 1
Dadu 2
Dadu 3

4. Perhatikan gambar.

			4	6	
1	2		5	7	8
	3				9

Agar terbentuk jaring-jaring balok, bidang yang harus dihilangkan bernomor ….

(UN SMP 2011)

A. 6, 8, 9
B. 2, 6, 8
C. 1, 4, 9
D. 1, 3, 6

5. Suatu balok memiliki luas permukaan 188 cm^2. Jika lebar dan tinggi balok masing-masing 8 cm dan 6 cm, tentukan panjang balok tersebut.

6. Diketahui luas suatu jaring-jaring balok adalah 484 cm^2. Bagaimana cara menemukan ukuran balok tersebut?

7. Sebuah aula berbentuk balok dengan ukuran panjang 9 meter, lebar 7 meter dan tingginya 4 mater. Dinding bagian dalamnya akan dicat dengan biaya Rp50.000,00 per meter persegi. Seluruh biaya pengecetan aula adalah ....

(UN SMP 2013)

A. Rp2.700.000,00
B. Rp6.400.000,00
C. Rp8.200.000,00
D. Rp12.600.000,00

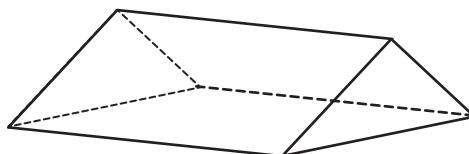
8. Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah 4 : 3 : 2. Jika luas alas balok tersebut adalah 108 cm^2, maka hitunglah luas permukaan balok tersebut.

9. Perhatikan gambar kubus di bawah ini.

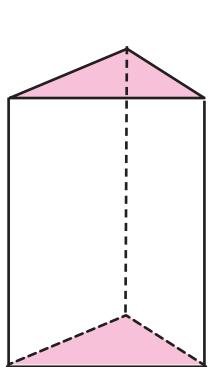
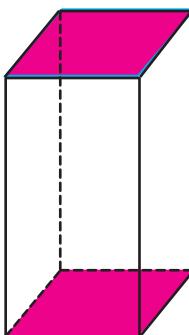
Jika sisi atas dan sisi bawah kubus tersebut dicat dengan warna merah, sedangkan sisi lain dicat dengan warna biru, kemudian kubus dipotong-potong menjadi 64 kubus satuan. Tentukan banyak kubus satuan yang memiliki warna biru saja.

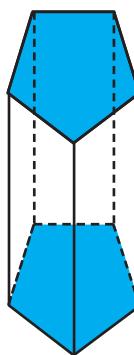
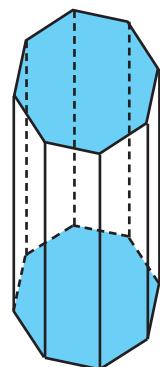
10. Diketahui pada setiap sisi kubus dituliskan sebuah bilangan asli. Setiap titik sudutnya diberi nilai yang merupakan hasil kali dari tiga bilangan pada tiga sisi yang berpotongan di titik sudut tersebut. Jika jumlah semua bilangan pada titik-titik sudut tersebut sama dengan 231, tentukan jumlah semua bilangan yang dituliskan pada sisi-sisi kubus tersebut.

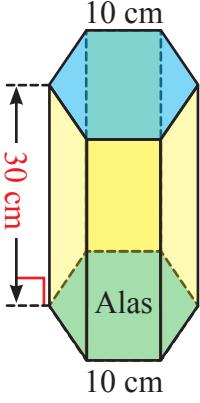
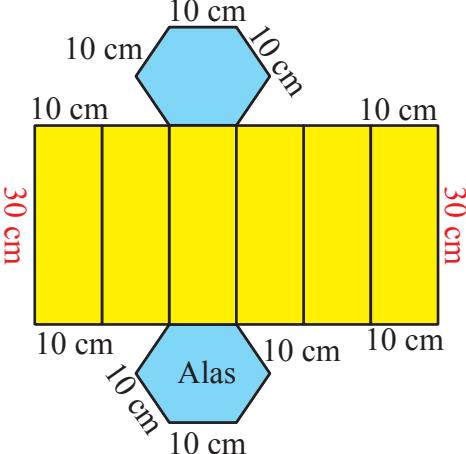
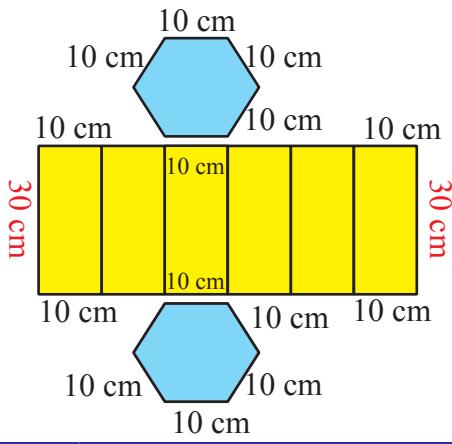
Kegiatan 8.2 *Menentukan Luas Permukaan Prisma*

Pernahkah kalian menjumpai bagian atas gubuk dan tenda perkemahan seperti gambar berikut? Di manakah kalian menjumpainya?

Sumber: matematohir.wordpress.com

Sumber: smkwikrama.net

Gambar 8.7 Gubuk dan Tenda

Pada bagian atas gubuk dan tenda dapat digambar sebagai berikut.

Gambar 8.8 Prisma

Dalam matematika gambar di atas disebut dengan prisma.

Perhatikan prisma pada **Gambar 8.8** di atas. Pada gambar tersebut dibatasi oleh dua sisi yang berbentuk segitiga yang sama besar dan sama bentuknya, kedua segitiga tersebut saling berhadapan dan tiga sisinya yang berbentuk persegi panjang. Perhatikan model prisma pada **Gambar 8.9** di bawah ini.

Gambar 8.9 Model-model Prisma

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

Perhatikan kembali **Gambar 8.9** di atas. Pada model-model prisma tersebut ada dua sisi yang saling berhadapan luasnya adalah sama. Dua sisi yang luasnya sama masing-masing dinamakan **sisi alas** dan **sisi atas**. Sedangkan sisi lain yang berbentuk persegi panjang atau jajargenjang disebut **sisi tegak.** Masalahnya sekarang, bagaimanakah langkah-langkah mencari luas permukaan prisma tersebut? Hal-hal apa saja yang harus diperhatikan pada prisma tersebut?

Berikut gambar prisma segitiga, segiempat, dan segidelapan dilengkapi dengan jaring-jaringnya.

Tabel 8.1 Jaring-jaring prisma

Potongan Jaring-jaring Prisma Segiempat
8 cm
6 cm
6 cm
6 cm
8 cm
6 cm
8 cm
40 cm
40 cm
6 cm
8 cm
6 cm
8 cm
6 cm
6 cm
8 cm
No.
Prisma Segienam
Jaring-jaring Prisma Segienam
3.
10 cm
30 cm
Alas
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
30 cm
30 cm
10 cm
10 cm
10 cm
Alas
10 cm
10 cm
Potongan Jaring-jaring Prisma Segienam
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
30 cm
30 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm
10 cm

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

1. Kenapa dua sisi yang saling berhadapan dianggap sebagai alas?
2. Bukankah kalau suatu bangun ruang itu ada alasnya juga ada tutupnya?

Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata-kata berikut.

1. "dua sisi yang saling berhadapan" dan "sisi alas"
2. "sisi alas" dan "sisi atas"
3. "keliling" dan "bidang tegak"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Agar kalian menjadi lebih yakin dalam memahami konsep luas permukaan prisma, cobalah perhatikan dengan cermat pada **Tabel 8.2** berikut dan lengkapilah.

Tabel 8.2 Luas Permukaan Prisma

No.	Prisma	Luas permukaan prisma
1.	4 cm, 3 cm, I, 5 cm 4 cm, 3 cm, 5 cm 20 cm, II, III, IV, 20 cm 5 cm, 4 cm, 3 cm 5 cm, I, 4 cm, 3 cm	Luas $= 2 \times \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV}$ $= 2\times(\frac{1}{2} \times 3 \times 4) + (4 \times 20)$ $+ (5 \times 20) + (3 \times 20)$ $= 2 \times (\frac{1}{2} \times 3 \times 4) + (4 + 5$ $+ 3) \times 20$ $= 12 + (12) \times 20$ $= 12 + 240$ $= 252$ Jadi, luasnya adalah 252 cm^2

No.	Prisma	Luas permukaan prisma
2.	8 cm, 6 cm, I, 6 cm; 6 cm, 8 cm, 6 cm, 8 cm; 40 cm, II, III, IV, V, 40 cm; 6 cm, 8 cm, 6 cm, 8 cm; 6 cm, I, 6 cm, 8 cm	Luas $= 2 \times \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V}$ $= 2 \times (8 \times 6) + (6 \times 40) + (8 \times 40) + (6 \times 40) + (8 \times 40)$ $= 2 \times (8 \times 6) + (6 + 8 + 6 + 8) \times 40$ $= 2 \times (8 \times 6) + 2 \times (8 + 6) \times 40$ $= 2 \times (48) + 2 \times (14) \times 40$ $= 96 + 28 \times 40$ $= 96 + 1.120$ $= 1.216$ Jadi, luasnya adalah 1.216 cm^2.
3.	10 cm, 10 cm, I, 10 cm, 10 cm; 10 cm, 10 cm, 10 cm; 30 cm, II, III, IV, V, VI, VII, 30 cm; 10 cm, 10 cm, 10 cm; 10 cm, I, 10 cm, 10 cm, 10 cm; 10 cm, 10 cm, 10 cm, 10 cm → 10 cm, 10 cm, t, 10 cm	Luas $= 2 \times \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V} + \text{VI} + \text{VII}$ $= 2 \times \text{I} + \text{II} + \text{II} + \text{II} + \text{II} + \text{II} + \text{II}$ $= 2 \times \text{I} + 6 \times \text{II}$ $= 2 \times (6 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}) + 6 \times (10 \times 30)$ $= 2 \times (150\sqrt{3}) + 6 \times (300)$ $= 300\sqrt{3} + 1.800$ Jadi, luasnya adalah $(300\sqrt{3} + 1.800)\ \text{cm}^2$. Keterangan: $t = \sqrt{10^2 - 5^2}$ $= \sqrt{100 - 25}$ $= \sqrt{75}$ $= 5\sqrt{3}$

No.	Prisma	Luas permukaan prisma
4.		...
5.		...

Kemudian, coba diskusikan dengan kelompok kalian terhadap beberapa pertanyaan berikut.

1. Jika p, l, dan t merupakan panjang, lebar, dan tinggi balok, maka lengkapilah **Tabel 8.2** pada no. 4 dan 5. Kemudian simpulkan hubungan antara luas alas, keliling alas, dan tinggi prisma dengan luas permukaan.
2. Balok juga dapat dikatakan prisma segiempat, sehingga luas permukaan prisma bisa didapat dari luas permukaan balok. Akan tetapi pada luas permukaan prisma yang ditekankan adalah luas alas, keliling alas, dan tinggi. Perhatikan kembali **Tabel 8.1** dan **8.2** pada bagian gambar balok dan jaring-jaring. Diketahui luas alas = pl dan keliling alas = $2(p + l)$. Buktikan bahwa rumus luas permukaan prisma segiempat beraturan dapat diturunkan dari rumus luas permukaan balok.

Lakukan diskusi dalam kelompok untuk menjawab soal tersebut yang dipandu oleh gurumu sehingga diperoleh pemahaman dan kesimpulan yang sama.

Tulislah pemahaman dan kesimpulan yang sudah diperoleh pada buku kalian.

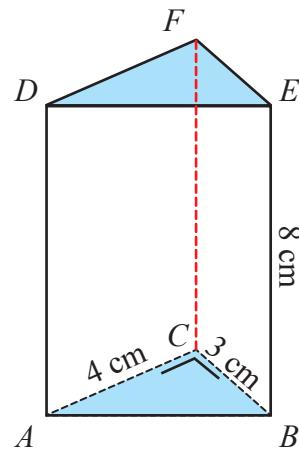
Perhatikan uraian contoh soal berikut ini.

Gambar 8.10 di samping merupakan prisma tegak segitiga siku-siku. Tentukan luas permukaan prisma tersebut.

Gambar 8.10 Prisma segitiga siku-siku

Untuk mencari luas permukaan prisma segitiga tersebut, terlebih dulu kita cari panjang semua alasnya, yaitu

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} L &= 2 \times \text{luas alas} + \text{keliling alas} \times \text{tinggi} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + (3 + 4 + 5) \times 8 \\ &= 12 + (12) \times 8 \\ &= 12 + 96 \\ &= 108 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan prisma tegak segitiga siku-siku adalah 108 cm^2.

Contoh 8.5

Diketahui luas permukaan prisma segiempat adalah 256 cm^2. Alas prisma tersebut berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 5 cm dan lebar 4 cm. Tetukan tinggi prisma tersebut.

Alternatif Penyelesaian

Luas permukaan prisma segiempat = 500 cm^2

Panjang alas = 5 cm dan lebar alas = 4 cm.

$L \quad = 2 \times$ luas alas + keliling alas $\times$ tinggi

$256 = 2 \times$ panjang $\times$ lebar $+ 2 \times$ (panjang + lebar) $\times$ tinggi

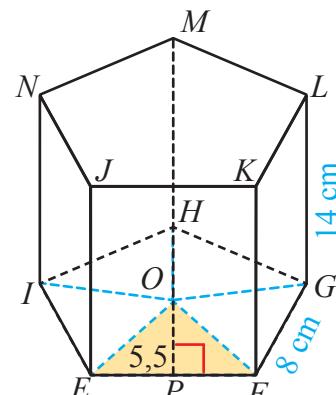
$\quad\;\; = 2 \times 5 \times 4 + 2 \times (5 + 4) \times$ tinggi

$\quad\;\; = 40 + 2 \times (9) \times$ tinggi

$256 = 40 + 18 \times$ tinggi

$256 - 40 = 18 \times$ tinggi

$216 = 18 \times$ tinggi

tinggi = 12

Jadi, tinggi prisma tersebut adalah 12 cm.

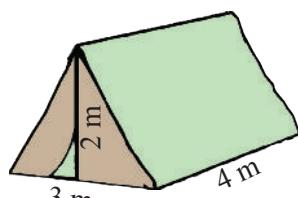
Contoh 8.6

Pada prisma segilima *EFGHI.JKLMN* di samping, alasnya *EFGHI* merupakan segilima beraturan dengan panjang sisi 8 cm dan tinggi prisma 14 cm.

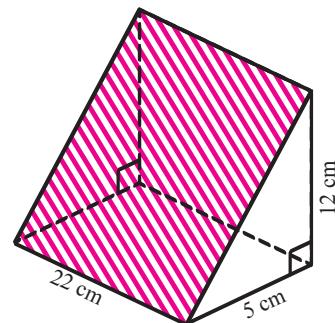
Jika titik *O* adalah titik pusat alas dan *OP* = 5,5 cm, tentukanlah luas permukaan prisma tersebut.

Gambar 8.11 Prisma segilima

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$
$$= 2 \times (5 \times L\Delta EFO) + (5 \times EF) \times GH$$
$$= 2 \times (5 \times \frac{8 \times 5,5}{2}) + (5 \times 8) \times 14$$
$$= 2 \times (5 \times 22) + (40) \times 14$$
$$= 2 \times (110) + 560$$
$$= 220 + 560$$
$$= 780$$

Jadi, luas permukaan prisma *EFGHI.JKLMN* adalah 780 cm^2.

Gambar 8.11 Prisma segilima

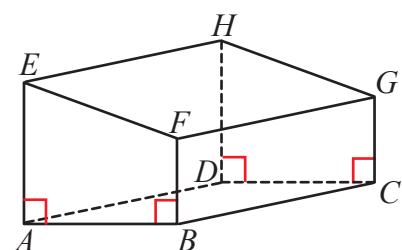
Ayo Kita Berlatih 8.2

1. Sebuah prisma alasnya berbentuk persegi panjang dengan luas alas 40 cm^2. Jika lebar persegi panjang 5 cm dan tinggi prisma 12 cm, hitunglah luas permukaan prisma.
2. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 12 cm, 9 cm, dan 15 cm. Jika tinggi prisma adalah 30 cm, hitunglah luas permukaan prisma tersebut.
3. Pernahkah kalian berkemah? Berbentuk apakah tenda yang kamu pakai? Bila tenda yang kamu pakai seperti gambar tenda di samping, dapatkah kamu menghitung luas kain terkecil yang diperlukan untuk membuat tenda itu? Coba hitunglah.

Gambar 8.12 Tenda

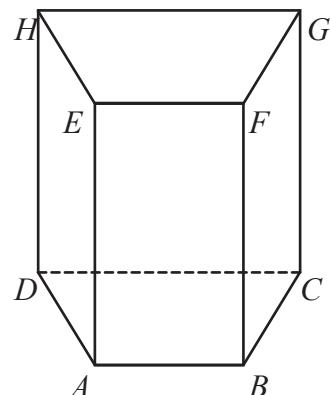
4. Sebuah prisma tegak segienam beraturan *ABCDEF.GHIJKL* mempunyai panjang rusuk alas 10 cm dan panjang rusuk tegak 80 cm.
   a. Gambarlah bangun prismanya.
   b. Tentukan luas bidang tegaknya.
   c. Tentukan luas permukaan prisma.

5. Sebuah prisma dengan alas berbentuk belah ketupat mempunyai panjang diagonal 24 cm dan 10 cm. Jika tinggi prisma 8 cm, maka luas permukaan prisma adalah ....

   (UN SMP 2015)

   A. 768 cm^2 C. 536 cm^2
   B. 656 cm^2 D. 504 cm^2

6. Indra akan membuat tiga buah papan nama dari kertas karton yang bagian kiri dan kanannya terbuka seperti tampak pada gambar. Luas minimum karton yang diperlukan Indra adalah ….

   (UN SMP 2011)

   A. 660 cm^2
   B. 700 cm^2
   C. 1.980 cm^2
   D. 2.100 cm^2

7. *ABCD.EFGH* pada gambar di samping adalah prisma. Dengan *ABFE* sejajar *DCGH*. Panjang AB = 4 cm, BC = 6 cm, AE = 8 cm, dan FB = 5 cm. Tentukan luas permukaannya.

8. Sebuah prisma alasnya berbentuk belahketupat dengan panjang diagonal 16 cm dan 12 cm. Tentukan tinggi prisma jika luas permukaannya adalah 672 cm^2.

9. Diketahui luas permukaan prisma tegak segiempat beraturan 864 cm^2 dan tinggi prisma 12 cm. Tentukan panjang sisi alas prisma tersebut.

10. Gambar berikut adalah prisma dengan alas trapesium sama kaki. Panjang AB = 6 cm, BC = AD = 5 cm, CD = 14 cm, dan AE = 15 cm. Luas permukaan prisma adalah ….

    (UN SMP 2010)

    A. 450 cm^2 C. 500 cm^2

    B. 480 cm^2 D. 510 cm^2

11. Diketahui luas permukaan prisma segiempat adalah 500 cm^2 dengan tinggi 10 cm. Jika alas prisma tersebut berbentuk persegi panjang, maka tentukan kemungkinan-kemungkinan ukuran panjang dan lebar prisma itu.

12. Garasi

    Garasi dirancang dengan hanya memiliki satu pintu dan satu jendela.

    Pak Sinaga memilih model garasi dengan letak jendela dan pintu ditunjukkan oleh gambar berikut.

Ilustrasi berikut menunjukkan model berbeda yang dilihat dari belakang garasi. Hanya satu ilustrasi yang cocok dengan model garasi yang dipilih Pak Sinaga.

Model manakah yang dipilih oleh Pak Sinaga?

a.

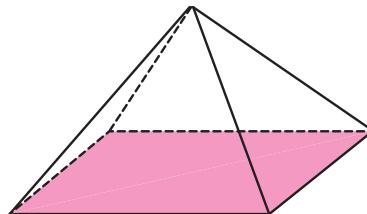
b.

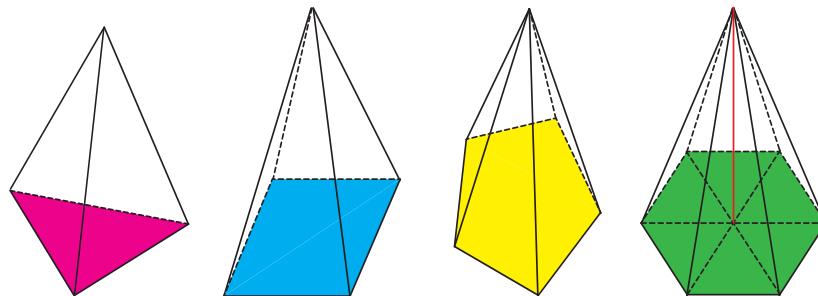
c.

d.

Kegiatan 8.3 *Menentukan Luas Permukaan Limas*

Perhatikan bagian atap bangunan di bawah ini.

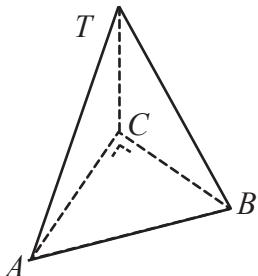
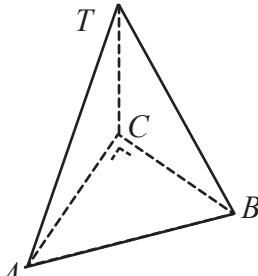
Berbentuk apakah bagian atap itu?

Sumber: matematohir.wordpress.com

Sumber: gambar-rumah88.blogspot.com

Gambar 8.13 Rumah

Pada bagian atas gubuk dan tenda dapat digambar sebagai berikut.

Gambar 8.14 Limas segiempat

Dalam matematika gambar di atas disebut dengan limas. Pada gambar tersebut dibatasi oleh satu alas yang berbentuk persegi panjang dan empat sisi tegak yang berbentuk segitiga. Kemudian perhatikan model limas pada gambar di bawah ini.

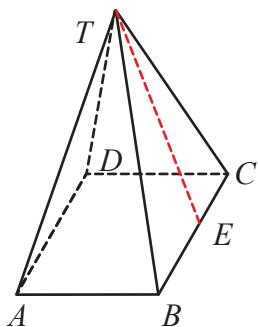
Gambar 8.15 Model-model limas

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

Tabel 8.3 berikut akan disajikan gambar limas beserta ukuran-ukuran yang diketahui.

Tabel 8.3 Luas permukaan limas

No.	Gambar	Keterangan	Bisa / Tidak Bisa
1.		Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $AB = 10$ cm dan $TO = 12$ cm. Berdasarkan informasi yang diketahui pada soal ini, apakah luas permukaannya bisa ditentukan?	Bisa
2.		Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TA = 5$ cm, $TC = 7$ cm dan $AB = 6$ cm. Berdasarkan informasi yang diketahui pada soal ini, apakah luas permukaannya bisa ditentukan?	Tidak Bisa
3.		Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TE = 5$ cm dan $AB = 6$ cm. Berdasarkan informasi yang diketahui pada soal ini, apakah luas permukaannya bisa ditentukan?	Bisa

No.	Gambar	Keterangan	Bisa / Tidak Bisa
4		Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm, dan $TC = 10$ cm. Berdasarkan informasi yang diketahui pada soal ini, apakah luas permukaannya bisa ditentukan?	Tidak Bisa
5		Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, dan $AB = 5$cm. Apabila tinggi limas 10 cm. Berdasarkan informasi yang diketahui pada soal ini, apakah luas permukaannya bisa ditentukan?	Bisa

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

1. Kenapa gambar nomor 2 dan 4 tidak bisa dihitung?
2. Bagaiamana mengetahui syarat-syarat suatu soal limas bisa dihitung luas permukaannya?

Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata “sisi alas”, “bidang tegak”, “syarat diketahui”, dan “rusuk tegak”.

Ayo Kita Menggali Informasi

Coba temukan minimal 10 soal pada *buku tertentu*, *di internet*, atau *membuat sendiri* beserta jawabannya yang berkenaan dengan luas permukaan limas.

Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TE = 5$ cm dan $AB = 6$ cm.

Berdasarkan informasi yang diketahui pada soal ini, apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Soal tersebut bisa diselesaikan, karena bentuk alasnya persegi dengan ukuran sisi 6 cm dan tinggi bidang tegaknya juga sudah diketahui ukurannya, yaitu 5 cm.

Dengan demikian, selanjutnya tinggal cari luas permukaannya denga rumus:

L = luas alas + jumlah luas bidang tegak

$L = 6^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 5$

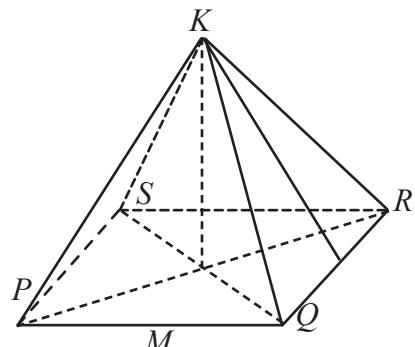
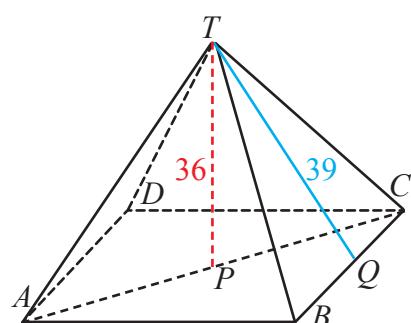
$L = 36 + 60$

$L = 96$

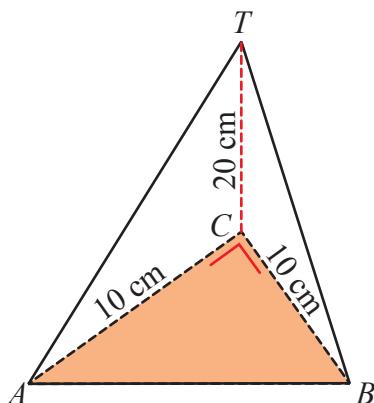
Jadi, luas permukaannya adalah 96 cm^2.

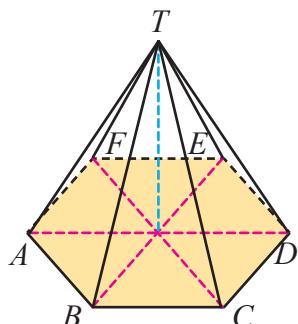
Tuliskan apa saja hal-hal yang diketahui pada setiap soal yang kalian temukan itu, kemudian tentukan perbedaan-perbedaan bentuk soalnya.

Berdasarkan hasil pengamatan kalian dan hasil dari kegiatan menggali informasi, sekarang coba diskusikan dua hal berikut ini.

1. Syarat apa saja yang harus diketahui agar limas tersebut bisa ditentukan luas permukaannya?
2. Bagaimana cara kalian mengetahui ukuran alas suatu limas segiempat beraturan, jika diketahui luas permukaan limas tersebut adalah 360 cm^2 dan luas seluruh sisi tegaknya adalah 100 cm^2. Berapa banyak ukuran alas yang kalian temukan? Jelaskan.

Setelah selesai menjawab pertanyaan pada kegiatan bernalar. Kemudian tukarkan hasil simpulan kalian dengan kelompok yang lain. Selanjutnya bandingkan hasil simpulannya, diskusikan dengan kelompok tersebut.

1. Perhatikan limas segi empat beraturan *K.PQRS* di samping. Sebutkan semua:
   a. rusuk.
   b. bidang sisi tegak.
   c. tinggi limas.

2. Kerangka model limas dengan alas berbentuk persegi panjang dengan panjang lebarnya masing-masing 16 cm dan 12 cm, sedangkan tinggi limas 24 cm. Tentukan panjang kawat paling sedikit yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut.

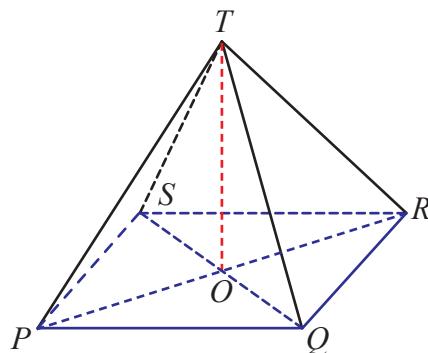
3. Sebuah limas tingginya 36 cm dan tinggi rusuk tegaknya 39 cm. Jika alasnya berbentuk persegi, maka tentukan:
   a. keliling persegi,
   b. luas permukaan limas.

4. Alas sebuah limas segi empat beraturan berbentuk persegi. Jika tinggi segitiga 13 cm dan tinggi limas 12 cm, tentukan luas permukaan limas.

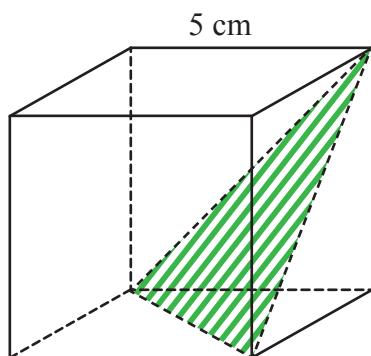
5. Sebuah limas mempunyai alas berbentuk persegi. Keliling alas limas 96 cm, sedangkan tingginya 16 cm. Luas seluruh permukaan limas adalah ....

(UN SMP 2014)

A. 1.056 cm^2 C. 1.344 cm^2

B. 1.216 cm^2 D. 1.536 cm^2

6. Limas segitiga *T.ABC* pada gambar berikut merupakan limas dengan alas segitiga siku-siku sama kaki dengan panjang kaki-kaki segitiganya adalah 10 cm. Jika diketahui tinggi limas tersebut 20 cm, maka berapakah luas permukaan limas tersebut?

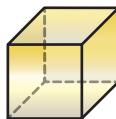
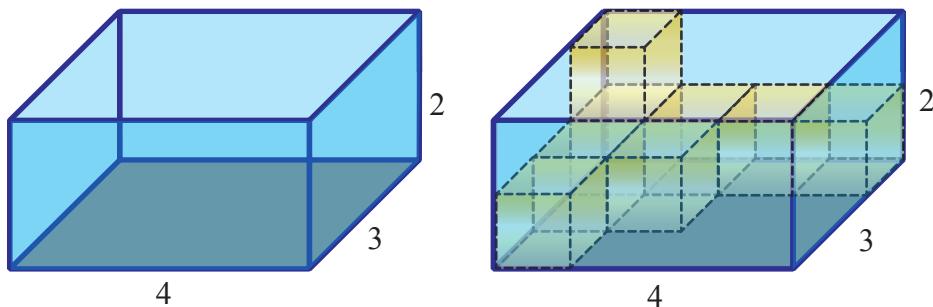
7. Diketahui luas permukaan limas dengan alas berbentuk persegi adalah 96 cm^2. Jika tinggi limas tersebut 4 cm, maka tentukan kemungkinan luas seluruh bidang tegak limas tersebut.

8. Perhatikan gambar limas segienam *T.ABCEF* berikut.

   Diketahui pada gambar limas tersebut merupakan limas segienam beraturan dengan panjang *AB* = 10 cm dan *TO* = 30 cm. Tentukan luas permukaan limas tersebut.

9. Alas sebuah limas segi empat beraturan berbentuk persegi. Jika tinggi segitiga 20 cm dan tinggi limas 16 cm, tentukan luas permukaan limas.

10. Perhatikan limas segiempat *T.ABCD* berikut.

Segiempat *PQRS* pada limas tersebut merupakan suatu persegi. Diketahui luas permukaannya adalah 360 cm^2. Jika tinggi limas tersebut merupakan bilangan bulat, maka tentukan kemungkinan panjang sisi alas dan tinggi limas tersebut.

11. Suatu limas segiempat beraturan sisi tegaknya terdiri atas empat segitiga sama kaki yang sama besar dan sama bentuknya. Diketahui luas salah satu segitiga itu 135 cm^2 dan tinggi segitiga dari puncak limas 12 cm. Hitunglah luas permukaan limas.

12. Gambar di bawah menunjukkan sebuah kubus dengan panjang rusuk 5 cm yang dipotong sehingga salah satu bagiannya berbentuk limas segitiga (*tetrahedron*). Tentukan luas permukaan kedua bangun hasil perpotongannya.

Menentukan Volume Kubus dan Balok

Pada kegiatan kali ini kalian akan mempelajari tentang volume kubus dan balok.

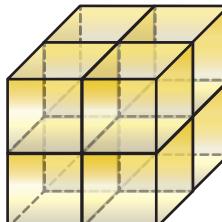
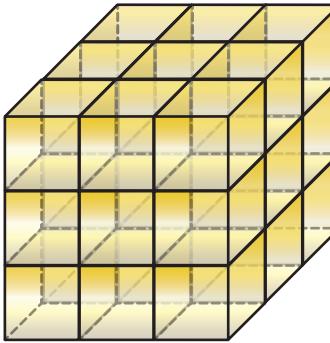
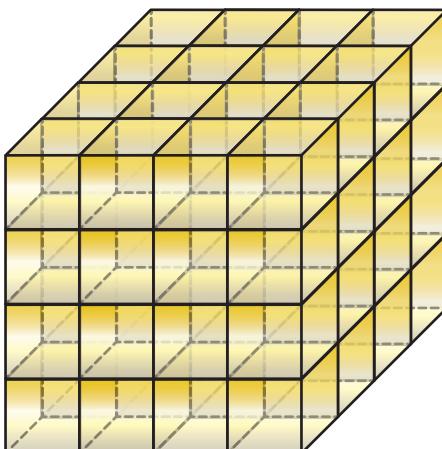
Perhatikan kubus satuan berikut ini.

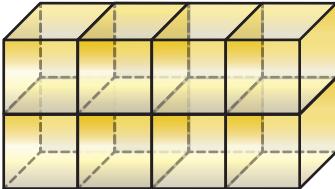
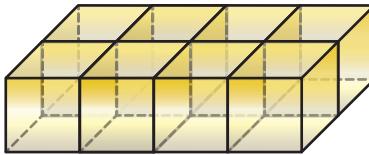
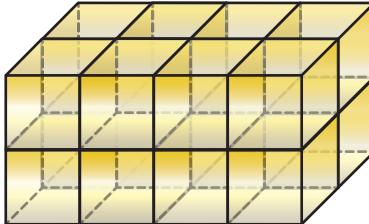
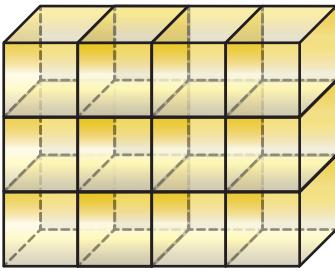
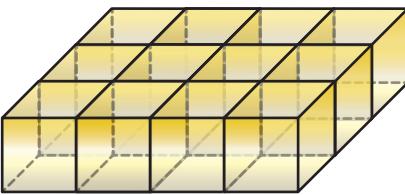
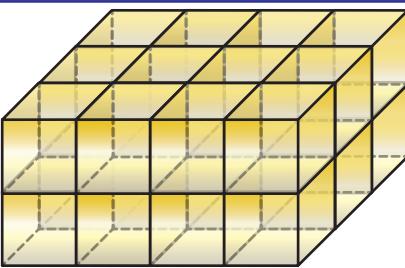
Gambar 8.16a adalah kubus satuan, yaitu kubus yang ukuran rusuk-rusuknya 1 satuan.

Gambar 8.16a
Kubus satuan

Gambar 8.16b Balok

Balok berukuran $4 \times 3 \times 2$ satuan pada **Gambar 8.16b** akan dimasukkan kubus dari **Gambar 8.16a** berukuran 1 satuan.

Berapakah kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi balok hingga penuh?

Apakah banyak kubus satuan yang memenuhi balok hingga penuh merupakan volume balok?

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

Perhatikan gambar susunan kubus berikut ini.

Tabel 8.4a Pengertian volume kubus

No.	Kubus	Banyak kubus satuan	Volume (V)
1.		Ada 8 kubus	$V = 8$ satuan kubik
2.		Ada 27 kubus	$V = 27$ satuan kubik
3.		Ada 64 kubus	$V = 64$ satuan kubik

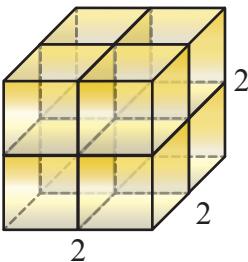
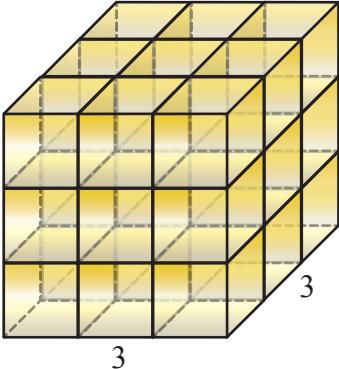
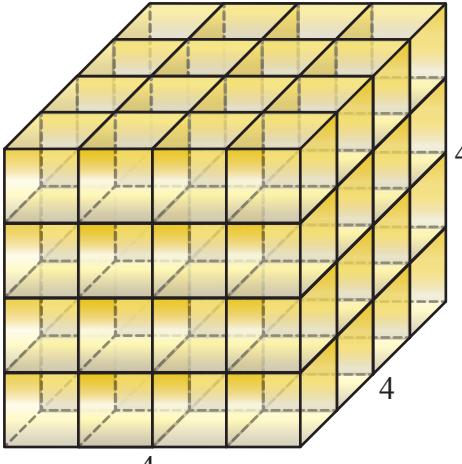
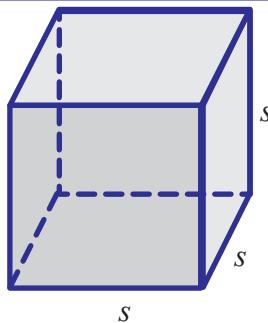
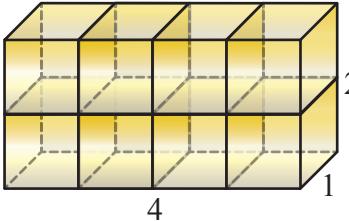
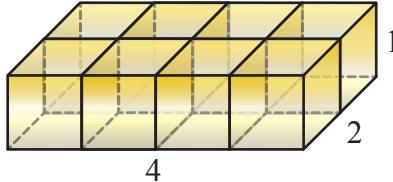
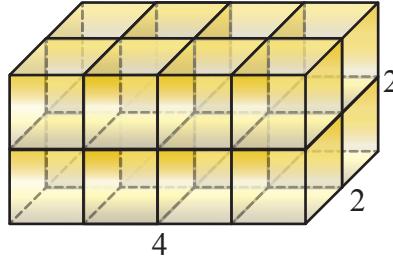
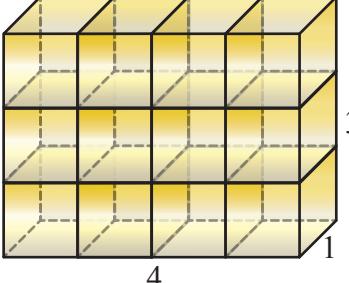
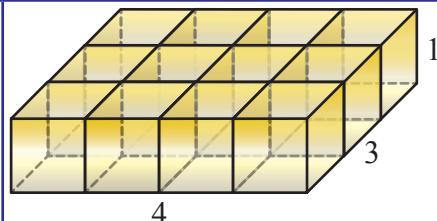
Tabel 8.4b Pengertian volume balok

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Volume (V)
1.		Ada 8 kubus	$V = 8$ satuan kubik
2.		Ada 8 kubus	$V = 8$ satuan kubik
3.		Ada 16 kubus	$V = 16$ satuan kubik
4.		Ada 12 kubus	$V = 12$ satuan kubik
5.		Ada 12 kubus	$V = 12$ satuan kubik
6.		Ada 24 kubus	$V = 24$ satuan kubik

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

1. Pada **Tabel 8.4b**, kenapa volume **Gambar 1** dan **2** sama, padahal posisinya berbeda?
2. Bagaimana menentukan alasnya dari kedua bangun tersebut?

Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata-kata berikut.

1. "sisi alas" dan "kubus, balok"
2. "kubus" dan "balok"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Agar kalian menjadi lebih yakin dalam memahami konsep volume kubus dan balok, cobalah perhatikan dengan cermat pada Tabel 8.5 berikut dan lengkapilah.

Tabel 8.5a Volume Kubus

No.	**Kubus**	**Banyak kubus satuan**	**Ukuran satuan ($p \times l \times t$)**	**Volume (V)**
1.	2 2 2	Ada 8 kubus	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$	$V = 8$ satuan kubik

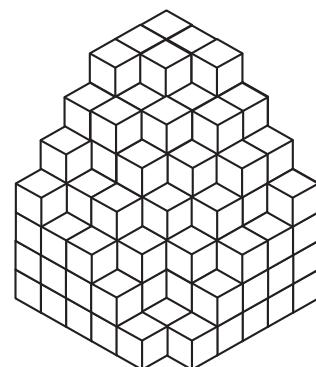
No.	Kubus	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
2.		Ada 27 kubus	$3 \times 3 \times 3 = 3^3$	$V = 27$ satuan kubik
3.		Ada 64 kubus	$4 \times 4 \times 4 = 4^3$	$V = 64$ satuan kubik
4.		...	...	...

1. Perhatikan pola susunan kubus pada tabel di atas.
2. Bandingkan banyaknya susunan kubus pada tabel di atas.
3. Perhatikan polanya untuk menentukan volume kubus secara umum.

Tabel 8.4b Pengertian volume balok

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
1.	4, 1, 2	Ada 8 kubus	$4 \times 1 \times 2$	$V = 8$ satuan kubik
2.	4, 2, 1	Ada 8 kubus	$4 \times 2 \times 1$	$V = 8$ satuan kubik
3.	4, 2, 2	Ada 16 kubus	$4 \times 2 \times 2$	$V = 16$ satuan kubik
4.	4, 1, 3	Ada 12 kubus	$4 \times 1 \times 3$	$V = 12$ satuan kubik
5.	4, 3, 1	Ada 12 kubus	$4 \times 3 \times 1$	$V = 12$ satuan kubik

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
6.	2, 3, 4	Ada 24 kubus	$4 \times 3 \times 2$	$V = 24$ satuan kubik
7.	t, l, p	...	...	...

1. Perhatikan pola susunan kubus pada tabel di atas.
2. Bandingkan banyaknya susunan kubus pada tabel di atas.
3. Perhatikan polanya untuk menentukan volume balok secara umum.

Berdasarkan hasil pengamatan dan kegiatan menggali informasi yang telah kalian lakukan, coba diskusikan dengan kelompok kalian terhadap beberapa pertanyaan berikut.

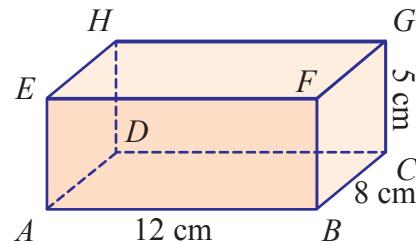
Jika s merupakan panjang sisi kubus, maka lengkapilah **Tabel 8.5a** pada **Gambar 4**. Kemudian simpulkan hubungan antara panjang sisi dengan volume

Jika p, l, dan t merupakan panjang, lebar, dan tinggi balok, maka lengkapilah **Tabel 8.5b** pada **Gambar 7**. Kemudian simpulkan hubungan antara panjang, lebar dan tinggi dengan volume.

Pada **Tabel 8.4** dan **8.5** kalian telah mengamati dan menggali informasi tentang susunan kubus dan balok dengan susunan yang utuh, sekarang coba kalian temukan banyaknya susunan kubus kecil pada **Gambar 8.18** berikut.

Gambar 8.18
Susunan kubus

Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban kalian dengan teman sebangku. Kemudian bandingkan hasil jawabannya. Diskusikan.

Tulislah simpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis kalian.

Untuk menambah pemahaman kalian tentang volume kubus dan balok, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal dan alternatif penyelesaiannya berikut ini.

Perhatikan gambar balok di samping.

Berapakah volumenya?

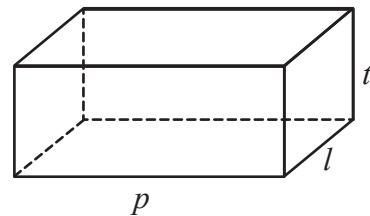
Balok di atas mempunyai p = 12 cm, l = 8 cm, dan t = 5 cm.

$v \quad = p \times l \times t$

$\quad = 12 \times 8 \times 5$

$\quad = 480$

Jadi, volume balok tersebut adalah 480 cm^3.

Volume sebuah balok 72 cm^3. Hitunglah luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut.

Perhatikan gambar balok berikut.

Diketahui volume balok = 72 cm^3

$\Rightarrow v = p \times l \times t = 72$

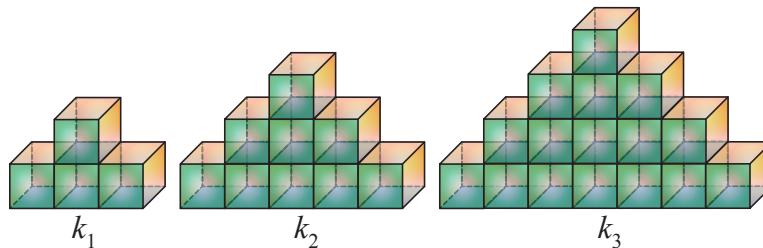
Untuk mendapatkan luas permukaan minimal, maka diperoleh pola penjumlah kebalikan dari ukuran balok tersebut, yaitu:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{1}{t} = \frac{pl + pt + lt}{plt}$$

Nilai terkecil dari jumlah kebalikan ukuran balok tersebut diperoleh jika nilai ***plt*** terbesar (maksimum) atau nilai-nilai p, l, dan t adalah sama atau mempunyai selisih minimal dari tiga bilangan tersebut dan apabila tiga bilangan tersebut dikalikan sama dengan 72, yaitu $p = 6$, $l = 4$, dan $t = 3$.

Dengan demikian luas permukaannya adalah $L = 2(pl + pt + lt)$

$$= 2(6 \times 4 + 6 \times 3 + 4 \times 3)$$

$$= 108$$

Jadi, luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut adalah 108 cm^2.

Perhatikan susunan kubus berikut ini.

Gambar 8.17 Susunan kubus berpola

Banyaknya susunan kubus pada k_1, k_2, k_3, dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susunan seperti pada gambar di atas.

a. Berapa banyak susunan kubus pada pola berikutnya (k_4)?

b. Berapa banyak susunan kubus pada k_{10}?

Banyak susunan kubus pada k_1 adalah 4 kubus
Banyak susunan kubus pada k_2 adalah 9 kubus
Banyak susunan kubus pada k_3 adalah 16 kubus

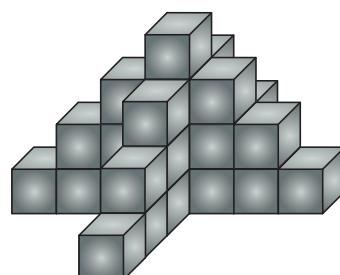
Perhatikan pola berikut ini.

$k_1 \Rightarrow 4$ kubus: $2 \times 2 \Rightarrow 2^2 = (1 + 1)^2$ kubus
$k_2 \Rightarrow 9$ kubus: $3 \times 3 \Rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2$ kubus
$k_3 \Rightarrow 16$ kubus: $4 \times 4 \Rightarrow 4^2 = (3 + 1)^2$ kubus

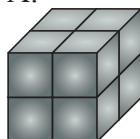
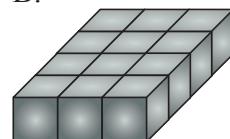
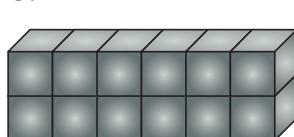
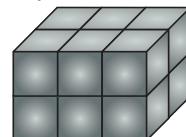
maka

$k_4 \Rightarrow 25$ kubus: $5 \times 5 \Rightarrow 5^2 = (4 + 1)^2$ kubus
.....
.....
Sehingga $k_n \Rightarrow$ .... kubus: ... × ... ⇒ ....$^2 = (n + 1)^2$ kubus

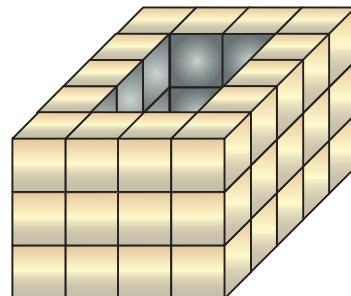
Dengan demikian kita sudah mempunyai bentuk umumnya, yaitu $k_n = (n + 1)^2$ kubus

Jadi, untuk k_4 adalah $k_4 = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$ kubus
k_{10} adalah $k_{10} = (10 + 1)^2 = 11^2 = 121$ kubus

Kemudian pada uraian **Sedikit Informasi** kalian telah memahami **Contoh 8.9** dan alternatif penyelesaiannya. Sekarang, diskusikan jika kasusnya seperti berikut.

Sebuah tugu akan dibangun dengan menumpuk kubus-kubus beton yang rusuknya 10 cm, seperti tampak pada **Gambar 8.19** berikut. Antar sisi-sisi kubus yang berdempetan dan sisi kubus dengan lantai akan direkat dengan semen setebal 1 cm.

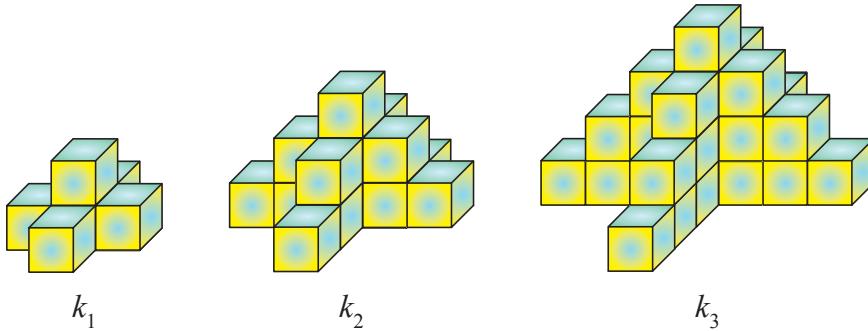
Jika tinggi tugu yang diinginkan adalah 21,99 m, berapa banyak kubus beton yang diperlukan?

Gambar 8.19 Kubus beton

1. Semua balok kecil memiliki ukuran yang sama. Tumpukan blok yang manakah yang memiliki volume yang berbeda dari yang lain?

   A.

   B.

   C.

   D.

2. Gambar di samping menunjukkan tumpukan batu dengan ukuran sama. Pada tumpukan batu tersebut terdapat lubang. Berapa banyak tumpukan batu untuk menutupi lubang tersebut?

   A. 6

   B. 12

   C. 15

   D. 18

3. Tentukan volume kubus yang luas alasnya 49 cm^2.

4. Tentukan volume balok yang berukuran 13 cm × 15 cm × 17 cm.

5. Sebuah bak mandi berbentuk kubus memiliki panjang rusuk 1,4 m. Tentukan banyak air yang dibutuhkan untuk mengisi bak mandi tersebut hingga penuh.

6. Sebuah kolam berbentuk balok berukuran panjang 5 m, lebar 3 m, dan dalam 2 m. Banyak air maksimal yang dapat ditampung adalah ….

(UN SMP 2010)

A. 62 m^3 C. 30 m^3

B. 40 m^3 D. 15 m^3

7. Sebuah akuarium berbentuk balok memiliki ukuran panjang 74 cm dan tinggi 42 cm. Jika volume air di dalam akuarium tersebut adalah 31.080 cm^3, tentukan lebar akuarium tersebut.

8. Diketahui volume sebuah balok 72 cm^3. Tentukan luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut.

9. Jika keliling alas sebuah akuarium yang berbentuk kubus adalah 36 cm, maka tentukan volume akuarium tersebut.

10. Perbandingan panjang, lebar, dan tinggi sebuah balok adalah 5 : 3 : 4. Jika volume balok 480 cm^3, maka tentukan luas permukaan balok terebut.

11. Perbandingan panjang, lebar, dan tinggi sebuah balok adalah $p : l : t = 5 : 2 : 1$, jika luas permukaan balok 306 cm^2, maka tentukan besar volume balok tersebut.

12. Diketahui volume balok 100 cm^3. Bagaimana cara menemukan ukuran balok tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?

13. Sebuah balok mempunyai ukuran panjang 10 cm, lebar 4 cm, dan tinggi 6 cm. Jika panjang balok diperpanjang $\frac{6}{5}$ kali, dan tinggi balok diperkecil $\frac{5}{6}$ kali, maka tentukan besar perubahan volume balok itu.

14. Sebuah balok berukuran panjang 12 cm, lebar 8 cm, dan tinggi 4 cm. Apabila panjang dan tinggi balok diperbesar $1\frac{1}{2}$ kali, maka tentukan perbandingan volume balok sebelum dan sesudah diperbesar.

15. Sebuah tangki penampungan minyak tanah berbentuk prisma yang alasnya berupa belahketupat yang panjang diagonal-diagonalnya 4 m dan 3 m. Tinggi tangki 2,5 m. Pada dasar tangki terdapat keran yang dapat mengalirkan minyak tanah rata-rata 75 liter setiap menit. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan minyak tanah dari tangki itu sampai habis?

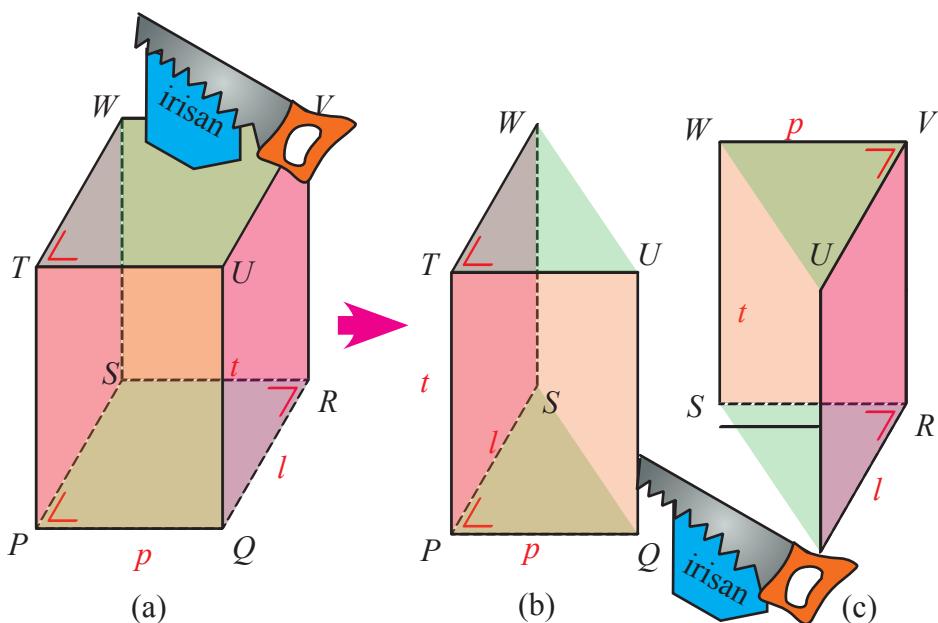
16. Sebuah bak mandi berbentuk balok berukuran 50 cm × 40 cm × 60 cm. Bak mandi itu akan diisi air dari keran dengan debit $2\frac{2}{3}$ liter/menit. Tentukan lama waktu untuk mengisi bak mandi tersebut hingga penuh.

17. Empat kubus identik dengan panjang rusuk 1 cm disusun menjadi suatu bangun ruang dengan cara menempelkan sisi-sisinya. Temukan banyak bangun ruang berbeda yang terbentuk.

18. Perhatikan susunan kubus berikut ini.

Banyaknya susunan kubus pada k_1, k_2, k_3, dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susunan seperti pada gambar di atas.

a. Berapa banyak susunan kubus pada pola berikutnya (k_4)?

b. Berapa banyak susunan kubus pada k_{10}?

Kegiatan 8.5 *Menentukan Volume Prisma*

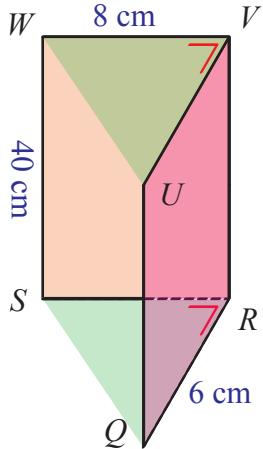
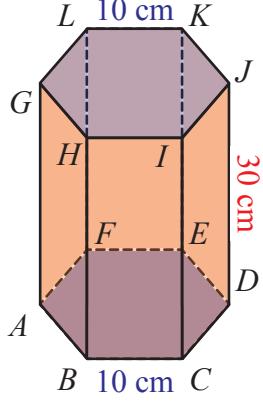
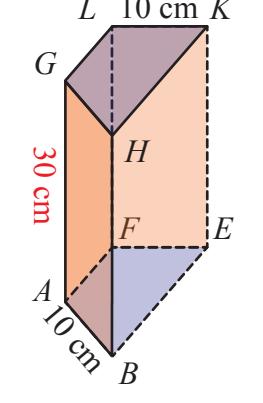
Pada **Kegiatan 8.2** kalian sudah memepelajari tentang luas permukaan prisma. Sedangkan pada **Kegiatan 8.5** ini kalian akan mempelajari tentang volume prisma. Coba kita ingat kembali tentang volume balok pada Kegiatan 8.4. Volume balok juga dapat dikatakan sebagai volume prisma segi empat, mengapa demikian?

Coba perhatikan balok pada gambar berikut yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak. Prisma-prisma segitiga tegak (*b*) dan (*c*) sama bentuk dan ukurannya, sehingga jumlah volume kedua prisma segitiga tegak itu sama dengan volume balok.

Gambar 8.20 Balok dan Prisma

Berdasarkan ilustrasi **Gambar 8.20** di atas, jelas bahwa volume masing-masing prisma segitiga itu sama, yaitu setengah dari volume balok *PQRS.TUVW.*

Kemudian bagaimana kita mengetahui prosedur memperoleh volume prisma yang bermula dari volume balok?

Untuk mengetahui prosedurnya lakukanlah kegiatan berikut ini.

Perhatikan gambar prisma yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak berikut ini! Kemudian amatilah.

Tabel 8.6 Pengertian volume prisma

No.	**Prisma**	**Luas alas (L_a)**	**Ukuran tinggi (t)**	**Volume (V)**
1.	W, V, T, U, S, R, P, Q; 40 cm; 6 cm; 8 cm	$L_a = 48$	$t = 40$	$V = 1.920 \text{ cm}^3$
1.a	W, T, U, S, P, Q; 40 cm; 6 cm; 8 cm	$L_a = \frac{1}{2} \times 48$ $= 24$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2} \times 1.920$ $= 960 \text{ cm}^3$

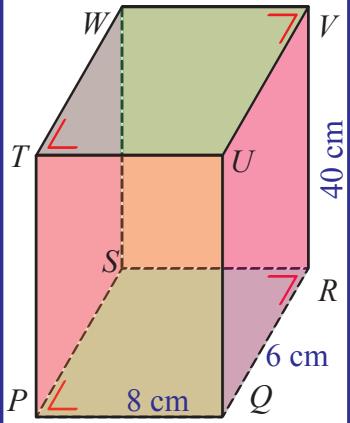
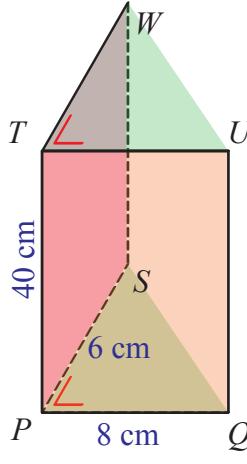
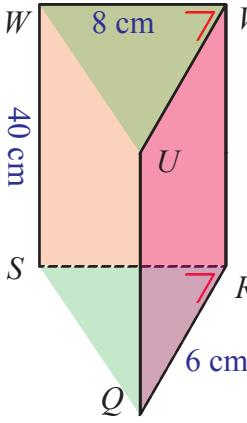
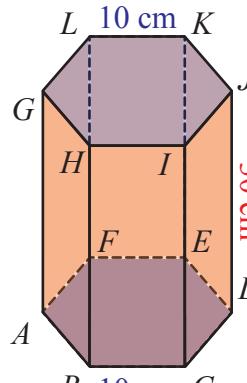
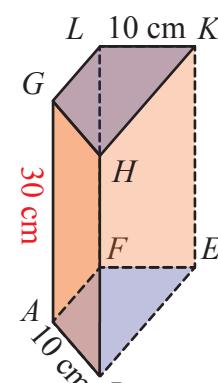
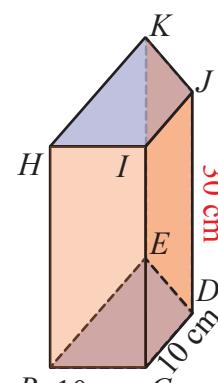
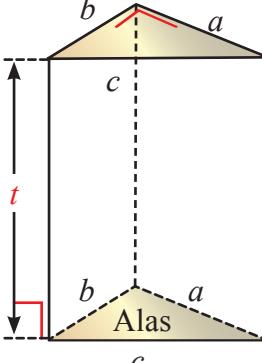
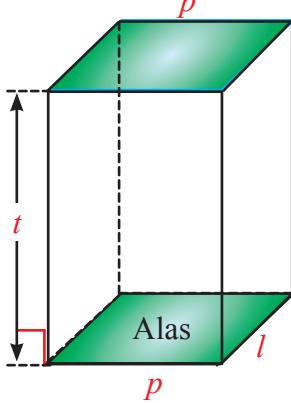
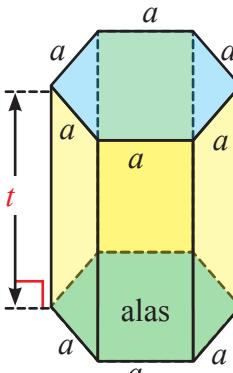
No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
1.b		$L_a = \frac{1}{2} \times 48$ $= 24$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2} \times 1.920$ $= 960 \text{ cm}^3$
2.		$L_a = 6 \times \frac{1}{2} \times 10$ $\times 5\sqrt{3}$ $= 150\sqrt{3}$	$t = 30$	$V = 4.500\sqrt{3} \text{ cm}^3$
2.a		$L_a = \frac{1}{2} \times 150\sqrt{3}$ $= 75\sqrt{3}$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2} \times 4.500\sqrt{3}$ $= 2.250\sqrt{3} \text{ cm}^3$

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
2.b	K, J, H, I, E, D, B, C; 30 cm; 10 cm; 10 cm	$L_a = \frac{1}{2} \times 150\sqrt{3}$ $= 75\sqrt{3}$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2} \times 4.500\sqrt{3}$ $= 2.250\sqrt{3}$ cm^3

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

1. Kenapa volume prisma dapat diperoleh dari volume balok? Bisakah dengan cara lain?
2. Benarkah bahwa volume prisma setengah dari volume balok? Bagaimana kita menjelaskan?

Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata-kata berikut.

1. “balok, prisma” dan “volume”
2. “sisi alas” dan “balok, prisma”

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Agar kalian menjadi lebih yakin dalam memahami konsep volume prisma, cobalah perhatikan dengan cermat pada **Tabel 8.7** berikut dan lengkapilah.

Tabel 8.7 Volume prisma

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
1.	W V T U 40 cm S R 6 cm P 8 cm Q	$L_a = 8 \times 6 = 48$	$t = 40$	$V = 8 \times 6 \times 40$ $= (8 \times 6) \times 40$ $= 48 \times 40$ $= 1.920 \text{ cm}^3$
1.a	W T U 40 cm S 6 cm P 8 cm Q	$L_a = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$ $= 24$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2}(8 \times 6 \times 40)$ $= \frac{1}{2}(8 \times 6) \times 40$ $= 24 \times 40$ $= 960 \text{ cm}^3$
1.b	W 8 cm V 40 cm U S R 6 cm Q	$L_a = \frac{1}{2} \times 48$ $= 24$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2}(8 \times 6 \times 40)$ $= \frac{1}{2}(8 \times 6) \times 40$ $= 24 \times 40$ $= 960 \text{ cm}^3$

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
2.		$L_a = 6 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}$ $= 150\sqrt{3}$	$t = 30$	$V = 6 \times (\frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}) \times 30$ $= (150\sqrt{3}) \times 30$ $= 4.500\sqrt{3}$ cm^3
2.a		$L_a = \frac{1}{2} \times 150\sqrt{3}$ $= 75\sqrt{3}$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2} \times [6 \times (\frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}) \times 30]$ $= \frac{1}{2} \times (150\sqrt{3}) \times 30$ $= 75\sqrt{3} \times 30$ $= 2.250\sqrt{3}$ cm^3
2.b		$L_a = \frac{1}{2} \times 150\sqrt{3}$ $= 75\sqrt{3}$	$t = 40$	$V = \frac{1}{2} \times [6 \times (\frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}) \times 30]$ $= \frac{1}{2} \times (150\sqrt{3}) \times 30$ $= 75\sqrt{3} \times 30$ $= 2.250\sqrt{3}$ cm^3

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
3.	b, a, c, t, b, a, Alas, c	$L_a = \frac{1}{2} \times a \times b$	t	...
4.	p, t, Alas, l, p	...	t	$V = p \times l \times t$ $= (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
5	a, a, a, a, a, a, t, alas, a, a, a	...	t	...

Kemudian, coba diskusikan dengan kelompok kalian terhadap beberapa kasus berikut.

1. Jika *a, b,* dan *c* merupakan panjang sisi alas prisma dan *t* merupakan tinggi prisma, maka lengkapilah **Tabel 8.7** pada **Gambar 3**. Selanjutnya jika *p*, *l*, dan *t* merupakan panjang sisi alas dan tinggi prisma, maka lengkapilah **Tabel 8.7** pada **Gambar 4**. Berikutnya jika *a* dan *t* merupakan panjang sisi alas segienam dan tinggi prisma, maka lengkapilah **Tabel 8.7** pada **Gambar 5**. Kemudian simpulkan hubungan antara luas alas dan tinggi prisma dengan volume.
2. Perhatikan kembali **Tabel 8.6** dan **8.7**. Volume prisma segitiga pada **Gambar 1.*a*** dan **1.*b*** adalah setengah dari volume balok pada **Gambar 1**. Apakah hal ini memberikan arti bahwa volume prisma segitiga selalu setengah dari volume balok? Jelaskan.

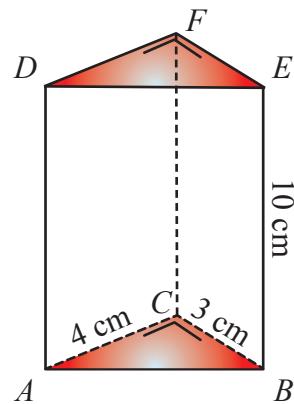
   Bagaimana dengan **Gambar 2.*a*** dan **2.*b*** dengan **Gambar 2**?
3. Bagaimana cara kalian menemukan ukuran alas dan tinggi suatu prisma segitiga siku-siku, jika yang diketahui hanya volume saja, yaitu $144\ cm^3$? Jelaskan.

   Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan? Tunjukkan.

Kemudian presentasikan hasil jawaban dalam kelompok kalian di depan kelas. Sedangkan kelompok yang lain menyemaknya dan memberi tanggapan yang sopan santun.

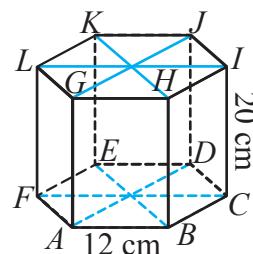
Tulislah hasil pembahasan yang sudah didiskusikan pada lembar kerja/buku tulis kalian.

Untuk menambah pemahaman kalian tentang volume prisma, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal dan alternatif penyelesaiannya berikut ini.

Sebuah prisma alasnya berbentuk segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Apabila tinggi prisma 10 cm, berapakah volume prisma ?

Volume = Luas alas × Tinggi

$= (\frac{1}{2} \times 3 \times 4) \times 10$

$= 6 \times 10$

$= 60$

Jadi, volume prisma tersebut adalah 60 cm^3.

Pada Prisma *ABCDEF.GHIJKL* di samping, alasnya adalah segienam beraturan dengan sisi 12 cm. Jika Tinggi prisma itu = 20 cm, tentukanlah:

a. luas alasnya.

b. volum prisma itu.

a. $L_a = \frac{3}{2} s^2\sqrt{3}$

$= \frac{3}{2} \times 12^2\sqrt{3}$

$= 216\sqrt{3}$

Jadi, luas alas adalah $216\sqrt{3}$ cm^2.

b. $V = L_a \times t$

$= 216\sqrt{3} \times 20$

$= 4.320\sqrt{3}$

Jadi, volume prisma adalah $4.320\sqrt{3}$ cm^3.

Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran 10 dm × 8 dm × 6 dm berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm^2 dan sudah terisi air setinggi 12 cm. Berapa literkah air pada kaleng berbentuk prisma sekarang?

Menurut informasi dari soal, bahwa untuk mengetahui berapa liter tinggi air setelah ketambahan air dari kaleng balok, maka dicari terlebih dahulu volume ketinggian air pada kaleng prisma, baru setelah itu bisa ditemukan berapakah volume air pada kaleng prisma, yaitu

Volume air pada kaleng balok = Volume ketinggian air pada kaleng prisma

Ukuran kaleng balok = Luas alas kaleng prisma × Ketinggian air

$10 \times 8 \times 6 = 96 \times$ Ketinggian air

Ketinggian air = 5

Jadi, ketinggian air adalah 5 dm.

Kaleng prisma sudah terisi air setinggi 12 cm = 1,2 dm

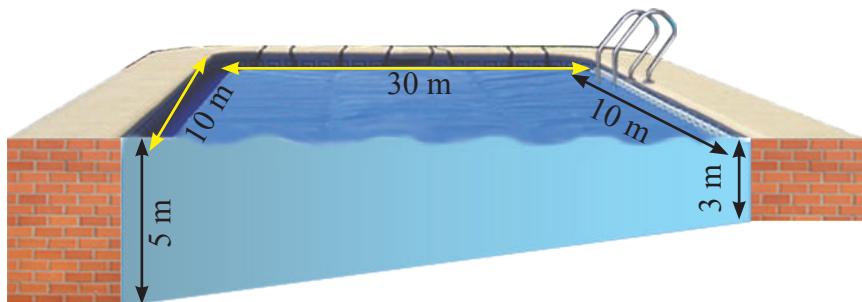
Dengan demikian dapat ditemukan volume air pada kaleng prisma sekarang:

Volume air pada kaleng prisma sekarang = Luas alas prisma × Tinggi air sekarang

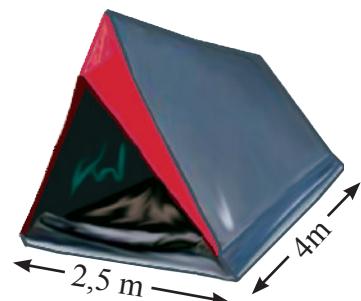
$= 96 \times (1,2 + 5)$

$= 96 \times 6,2$

$= 595,2$

Jadi, banyaknya air air pada kaleng berbentuk prisma sekarang adalah 595,2 liter.

Setelah kalian melakukan kegiatan menggali informasi, sekarang coba diskusikan pada permasalahan lain yang terdapat pada kasus berikut.

1. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi masing-masing 6 cm, 8 cm, dan 10 cm. Tinggi prisma adalah 14 cm. Jika panjang sisi-sisi alasnya diperbesar menjadi 9 cm, 12 cm, dan 15 cm, tentukan:
   a. besar perubahan volume prisma.
   b. perbandingan volume prisma sebelum dan sesudah diperbesar.
2. Volume suatu prisma dengan alas berbentuk persegi panjang adalah 1.080 cm^3. Jika tinggi prisma 10 cm dan perbandingan antara panjang dan lebar alas adalah 4 : 3, maka tentukan:
   a. panjang dan lebar alas prisma.
   b. luas seluruh permukaan prisma.
3. Diketahui alas sebuah prisma berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Tinggi prisma adalah 15 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperkecil $\frac{3}{4}$ kali, tentukan perbandingan volume prisma sebelum dan sesudah diperkecil.
4. Sebuah prisma mempunyai ukuran panjang 10 cm, lebar 4 cm, dan tinggi 6 cm. Jika panjang prisma diperpanjang $\frac{6}{5}$ kali, dan tinggi prisma diperkecil $\frac{5}{6}$ kali, maka besar perubahan volume balok itu adalah ....

1. Hitunglah volume air dalam kolam renang yang panjangnya 30 m, lebarnya 10 m, kedalaman air pada ujung dangkal 3 m terus melandai hingga pada ujung dalam 5 m.

Gambar 8.21 Kolam Renang

2. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang 12 cm, 16 cm, dan 20 cm. Jika tinggi prisma 30 cm, hitunglah volume prisma tersebut.

3. Alas sebuah prisma berbentuk belahketupat dengan panjang diagonal 16 cm dan 20 cm. Jika tinggi prisma 24 cm, maka volume prisma tersebut adalah ....

(UN SMP 2014)

A. 3.480 cm^3 C. 4.380 cm^3

B. 3.840 cm^3 D. 7.680 cm^3

4. Ada dua prisma segitiga siku-siku, yaitu prisma *A* dan prisma *B*. Tinggi kedua prisma sama panjang. Jika panjang sisi siku-siku terpendek prisma *A* sama dengan tiga kali panjang sisi siku-siku terpendek prisma *B*, dan sisi siku-siku yang lain sama panjang, maka tentukan perbandingan volume prisma *A* dan prisma *B*.

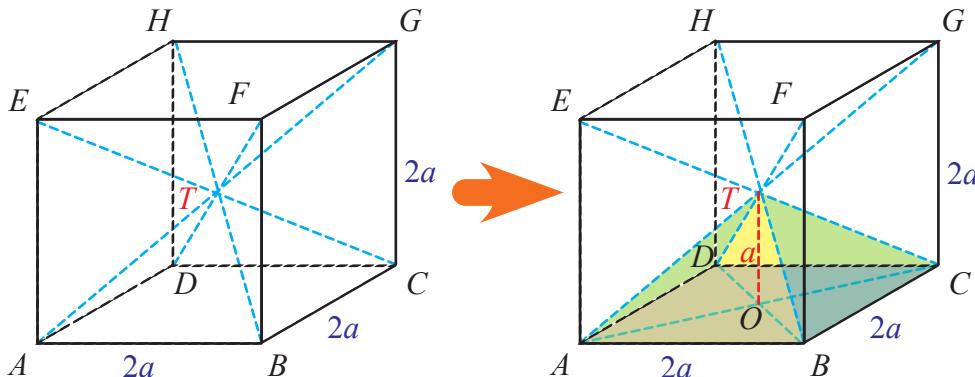
5. Sebuah tenda pramuka berbentuk prisma tegak segitiga. Panjang tenda 4 m, sedangkan lebarnya 2,5 m. Jika volume tenda 10 m^3, maka tentukan tinggi tenda tersebut.

Gambar 8.22 Tenda

6. Sebuah prisma dengan alas berbentuk belahketupat mempunyai keliling 52 cm dan panjang salah satu diagonal alasnya10 cm. Jika luas selubung prisma 1.040 cm^2, maka volume prisma tersebut adalah ....

7. Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran 10 dm × 8 dm × 6 dm berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm^2 dan tingginya 9 dm. Berapa dm tinggi air pada kaleng berbentuk prisma?

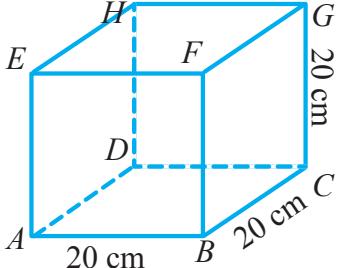
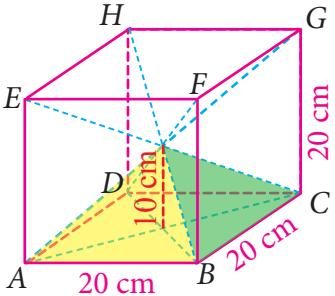
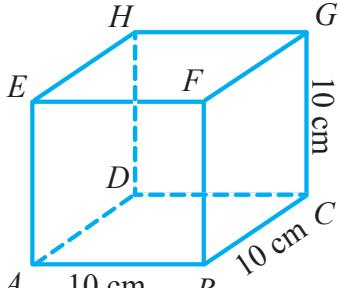
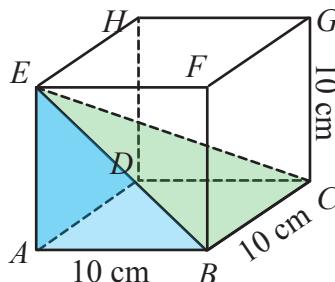
8. Volume sebuah prisma 540 dm^3. Bila alas prisma berbentuk segitiga dengan panjang rusuk masing-masing 5 dm, 12 dm, dan 13 dm, maka tentukan luas permukaan prisma tersebut.

9. Kalian ditugaskan untuk membuat prisma dengan volume 120 cm^3. Ada berapa rancangan yang dapat kalian buat? Berapa ukuran prisma yang kalian buat? Jelaskan.

Menentukan Volume Limas

Pada **Kegiatan 8.3** kalian sudah membahasa tentang luas permukaan limas. Pada **Kegiatan 8.4** juga kalian sudah membahas tentang volume kubus. Pada **Kegiatan 8.6** ini kalian diajak untuk berpikir lebih jauh bagaimana caranya menemukan volume limas yang didapat dari volume kubus.

Coba perhatikan kubus pada **Gambar 8.23** berikut yang keempat diagonal ruangnya saling berpotongan pada satu titik. Terbentuk bangun apakah antarsisi dengan perpotongan diagonal ruang kubus? Bangun yang terbentuk adalah limas yang terdiri atas 6 buah limas yang berukuran sama. Masing-masing limas beralaskan sisi kubus dan tinggi masing-masing limas sama dengan setengah rusuk kubus. Satu limas yang terbentuk yaitu *T.ABCD*.

Gambar 8.23 kubus dengan keempat diagonal ruangnya

Dikarena luas masing masing limas sama dan limas yang terbentuk ada 6 buah, maka volume 6 buah limas tersebut sama dengan volume kubus atau volume limas sama dengan $\frac{1}{6}$ volume kubus

Kemudian bagaimana kita mengetahui prosedur memperoleh volume limas yang bermula dari volume kubus? Untuk mengetahui prosedurnya lakukanlah kegiatan berikut ini.

Perhatikan gambar kubus dan limas yang terbentuk berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 8.8a Pengertian volume limas

No.	**Kubus *ABCD.EFGH***	**Luas alas (L_a)**	**Tinggi (t)**	**Volume (V_k)**
1		$L_a = 400$	$t = 20$	$V_k = 8.000$
No.	**Limas *T.ABCD***	**Luas alas (L_a)**	**Tinggi (t)**	**Volume (V_l)**
2		$L_a = 400$	$t = 10$	$V_l = \frac{1}{6}(8.000)$ $= \frac{1}{3}(4.000)$
Hubungan ini juga berlaku untuk setiap limas, bahwa volume limas adalah Volume $= \frac{1}{3}$ luas alas × tinggi				

Tabel 8.8b Pengertian volume limas

No.	**Kubus *ABCD EFGH***	**Luas alas (L_a)**	**Tinggi (t)**	**Volume (V_k)**
1		$L_a = 100$	$t = 10$	$V_k = \frac{1}{3}(1.000)$

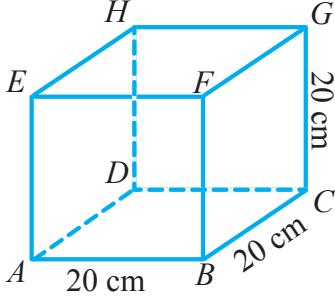
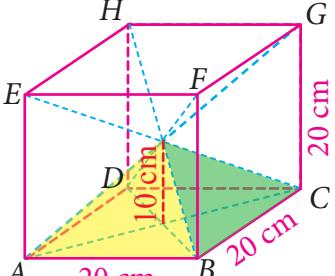
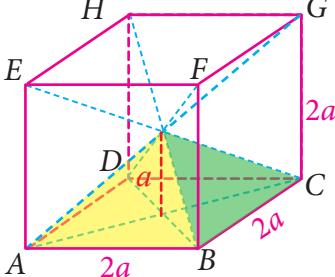
No.	Limas *E.ABCD*	Luas alas (L_a)	Tinggi (t)	Volume (V_l)
2		$L_a = 100$	$t = 10$	$V_l = \frac{1}{3}(1.000)$

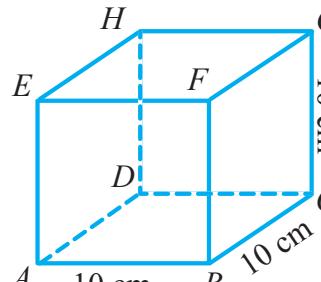
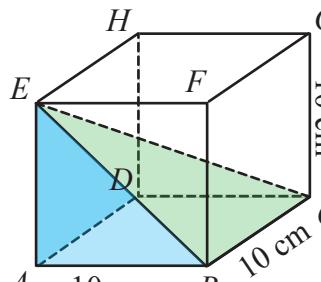
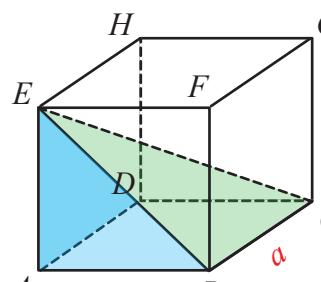
Hubungan ini juga berlaku untuk setiap limas, bahwa volume limas adalah

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

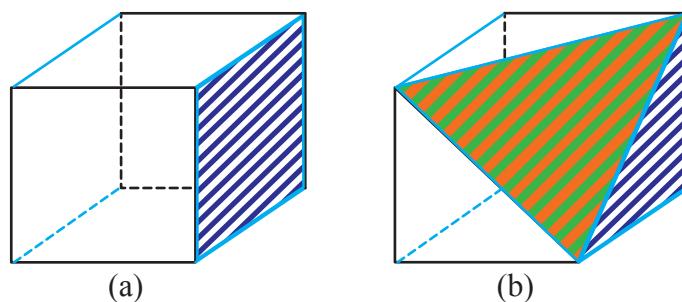
1. Kenapa volume limas dapat diperoleh dari volume kubus? Bisakah dengan cara lain?
2. Benarkan bahwa volume limas sepertiga volume kubus?

Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata-kata berikut.

1. "kubus, limas" dan "volume"
2. "sisi alas" dan "kubus, limas"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Agar kalian menjadi lebih yakin dalam memahami konsep volume limas, cobalah perhatikan dengan cermat pada **Tabel 8.9** berikut dan lengkapilah.

Tabel 8.9a Konsep volume limas

No.	Kubus *ABCD.EFGH*	Luas alas (L_a)	Tinggi (t)	Volume (V_k)
1.		$L_a = 20 \times 20$ $= 400$	$t = 20$	$V_k = 20 \times 20 \times 20$ $= (20 \times 20) \times 20$ $= (400) \times 20$ $= 8.000$
No.	**Limas *T.ABCD***	**Luas alas (L_a)**	**Tinggi (t)**	**Volume (V_l)**
2.		$L_a = 400$	$t = 10$	$V_l = \frac{1}{6}(20 \times 20 \times 20)$ $= \frac{1}{6}(20 \times 20) \times 20$ $= \frac{1}{6}(400) \times 20$ $= \frac{1}{6}(8.000)$ $= \frac{1}{6}(4.000)$
3.		...	...	...

Tabel 8.9b Konsep volume limas

No.	Kubus *ABCD.EFGH*	Luas alas (L_a)	Tinggi (t)	Volume (V_k)
1.	Kubus *ABCD.EFGH* dengan rusuk 10 cm (label: H, G, E, F, D, C, A, B, 10 cm, 10 cm, 10 cm)	$L_a = 10 \times 10$ $= 100$	$t = 10$	$V_k = 10 \times 10 \times 10$ $= (10 \times 10) \times 10$ $= (100) \times 10$ $= 1.000$
No.	**Limas *E.ABCD***	**Luas alas (L_a)**	**Tinggi (t)**	**Volume (V_l)**
2.	Limas *E.ABCD* di dalam kubus (label: H, G, E, F, D, C, A, B, 10 cm, 10 cm, 10 cm)	$L_a = 10 \times 10$ $= 100$	$t = 10$	$V_l = \frac{1}{3}(10 \times 10 \times 10)$ $= \frac{1}{3}(10 \times 10) \times 10$ $= \frac{1}{3}(100) \times 10$ $= \frac{1}{3}(1.000)$
3.	Limas *E.ABCD* di dalam kubus (label: H, G, E, F, D, C, A, B, a, a, a)	...	...	...

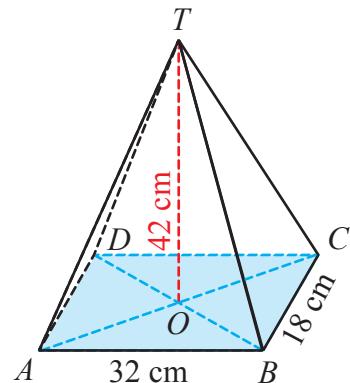
Setelah kalian melakukan kegiatan pengamatan pada **Tabel 8.8** dan melakukan kegiatan menggali informasi pada **Tabel 8.9**, sekarang cobalah diskusikan beberapa kasus berikut.

1. Jika 2a dan a merupakan panjang sisi kubus dan tinggi limas, maka lengkapilah **Tabel 8.9a** pada **Gambar 2**. Selanjutnya jika a merupakan panjang sisi kubus, maka lengkapilah **Tabel 9b** pada **Gambar 2**. Kemudian simpulkan hubungan antara luas alas dan tinggi limas dengan volume.
2. Perhatikan **Gambar 8.24**(a) sebagai kubus sempurna dan **Gambar 8.24**(b) merupakan kubus yang sama dengan **Gambar 8.24**(a) dengan salah satu bagian sudut dipotong dengan potongan berbentuk limas. Bagaimana kalian menentukan volume bangun baru **Gambar 8.24** (Gambar b)? Jelaskan.

Gambar 8.24 Kubus dan kubus terpancung

Tukarkan hasil selesaian kalian kepada teman dalam satu kelompok. Diskusikan dengan cara santun dan lemah lembut.

Tulislah pemahaman dan simpulan yang sudah diperoleh pada lembar kerja/ buku tulis kalian.

Untuk menambah pemahaman kalian tentang volume limas, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal dan alternatif penyelesaiannya berikut ini.

Sebuah limas tegak alasnya berbentuk persegi panjang yang sisi-sisinya 18 cm dan 32 cm. Puncak limas tepat berada di atas pusat alas dan tingginya 42 cm. Hitunglah volume limas tersebut.

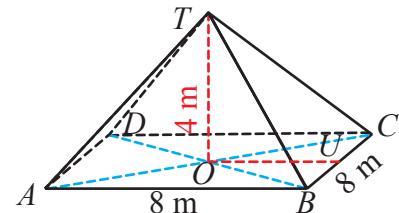
Volume $= \frac{1}{3} \times \text{Luas alas} \times \text{Tinggi}$

$= \frac{1}{3} \times (18 \times 32) \times 42$

$= 192 \times 42$

$= 8.064$

Jadi, volume limas tersebut adalah 8.064 cm^3.

Sebuah atap rumah yang berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi dengan panjang sisi 8 m dan tinggi 4 m hendak ditutupi dengan genting yang berukuran 40 cm × 20 cm. Hitunglah banyak genting yang diperlukan.

Perhatikan ilustrasi gambar di samping.

Permukaan atap terdiri atas 4 segitiga sama kaki:

Luas permukaan atap $= 4 \times$ segitiga sama kaki

$= 4 \times \frac{1}{2} \times$ alas segitiga $\times$ tinggi segitiga

$= 2 \times BC \times TU$

$= 2 \times BC\sqrt{TO^2 + OU^2}$

$= 2 \times 8\sqrt{4^2 + 4^2}$

$= 16\sqrt{2}$

Diketahui ukuran genting = 40 × 20 = 800 cm = 0,08 m^2

dan luas permukaan atap = $16\sqrt{2}$ m^2

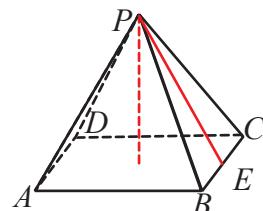
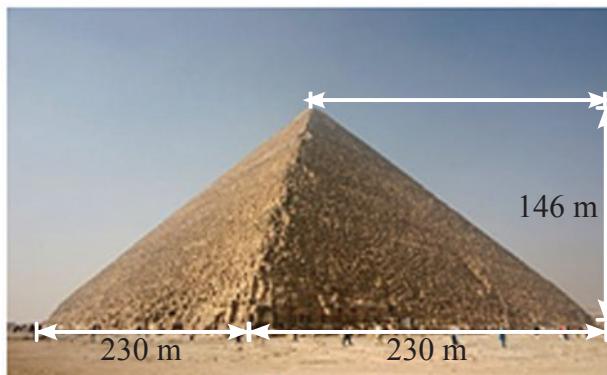
$$\text{Banyak genting yang di butuhkan} = \frac{\textit{Luas permukaan atap}}{\textit{ukuran genting}}$$

$$= \frac{16\sqrt{2}}{0{,}08}$$

$$= 200\sqrt{2}$$

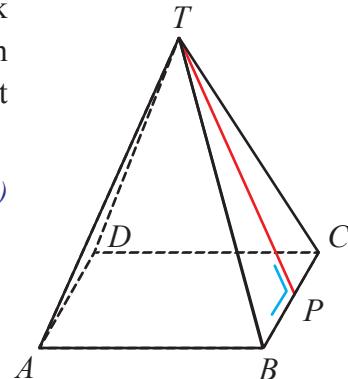
$$= 282{,}843$$

$$= 283$$

Jadi, banyak genting yang diperlukan adalah 283 buah.

Diketahui sebuah limas segiempat beraturan akan dimasukkan pada kubus yang mempunyai panjang rusuk 12 cm. Berapakah besar volume maksimal limas itu agar dapat masuk pada kubus tersebut? Jelaskan.

1. Sebuah limas tegak alasnya berbentuk persegi panjang yang sisi-sisinya 18 cm dan 32 cm. Puncak limas tepat berada di atas pusat alas dan tingginya 42 cm. Hitunglah volume limas.
2. Suatu limas alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi 6 cm dan volumenya 60 cm^3. Hitunglah tinggi limas tersebut.
3. Sebuah limas dengan alas berbentuk persegi mempunyai luas alas 81 cm dan volume limas 162 cm^3. Tentukan luas seluruh sisi tegak limas tersebut.
4. Volume limas *P.ABCD* di bawah ini 48.000 m^3.

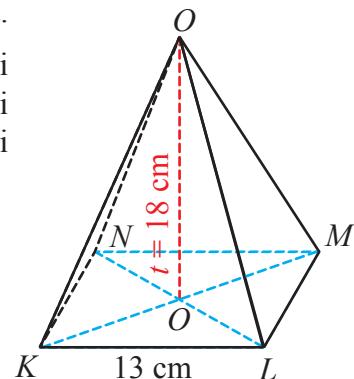
   Jika alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang sisi 60 m, maka berapakah panjang garis *PE*?

5. Gambar berikut menunjukkan piramida berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisi-sisinya 230 m dan tingginya 146 m.

Gambar 8.25 Piramida

Hitunglah volume piramida tersebut.

6. Alas sebuah limas berbentuk belahketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya 10 cm dan 15 cm. Tinggi limas adalah 18 cm. Jika diagonal-diagonal alas maupun tingginya diperbesar 3 kali, maka tentukan perbandingan volume limas sebelum dan sesudah diperbesar.

7. Perhatikan limas *T.ABCD* alasnya berbentuk persegi. Kelling alas limas 72 cm, dan panjang TP = 15 cm. Volume limas tersebut adalah ....

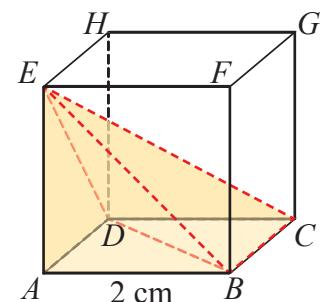
(UN SMP 2011)

A. 4.860 cm^3

B. 3.888 cm^3

C. 1.620 cm^3

D. 1.296 cm^3

8. Volume sebuah limas adalah 640 m^3 dan tingginya 13 m. Berapakah luas alasnya?

9. Perhatikan gambar limas $O.KLMN$ berikut.

   Alas limas $O.KLMN$ merupakan persegi yang memiliki panjang sisi 13 cm. Jika sisi tegak limas merupakan segitiga sama kaki dengan tinggi 18 cm, tentukan.

   a. luas alas,

   b. luas ΔLMO,

   c. luas bidang tegak,

   d. luas permukaan.

10. Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 2 cm. Tentukan volume limas $E.ABCD$.

11. Atap sebuah rumah berbentuk limas dengan alas berupa persegi panjang berukuran 25 m × 15 m. Tinggi atap itu (tinggi limas) adalah 7 m. Volume udara yang terdapat dalam ruang atap itu adalah ....

12. Alas sebuah limas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 10 cm dan lebar 8 cm. Tinggi limas adalah 15 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperbesar $1\frac{1}{2}$ kali, tentukan besar perubahan volume limas tersebut.

13. Sebuah limas tegak alasnya berbentuk segidelapan dengan panjang sisinya 10 cm dan tinggi limas tersebut 15 cm. Tentukan volume limas tersebut.

14. Sebuah limas segiempat beraturan akan dimasukkan pada kubus yang mempunyai panjang rusuk 12 cm. Tentukan besar volume maksimal limas itu agar dapat masuk pada kubus tersebut.

15. Sebuah limas segiempat beraturan memiliki panjang sisi alas 6 cm dan tinggi 15 cm. Jika panjang sisi-sisi alasnya diperbesar 2 kali sedangkan tingginya diperkecil $\frac{1}{3}$ kali, maka berapakah besar perubahan volume limas itu?

Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan

Setelah kalian melakukan **Kegiatan 8.1** sampai dengan **Kegiatan 8.6** di atas, sekarang coba kita perhatikan **Gambar 8.26** berikut ini.

Sumber:matematohir.wordpress.com
(a)

Sumber: marotravel.com
(b)

Sumber:matematohir.wordpress.com
(c)

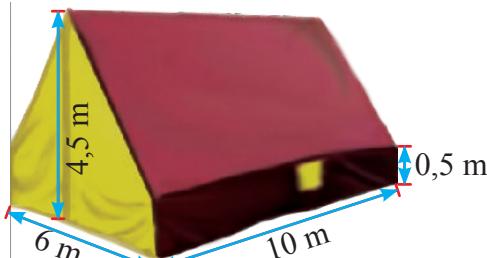
Sumber:olimattohir.blogspot.co.id
(d)

Sumber: dezeen.com
(e)

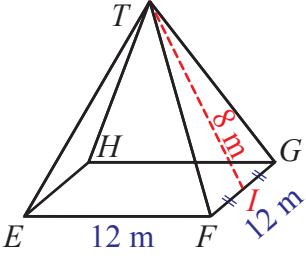
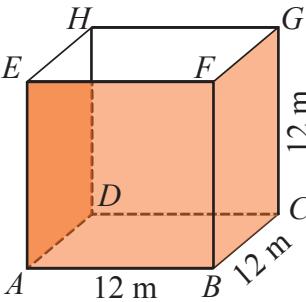
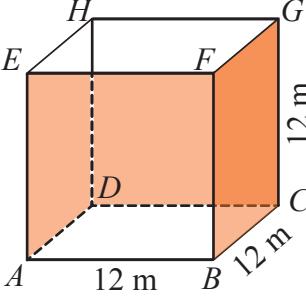
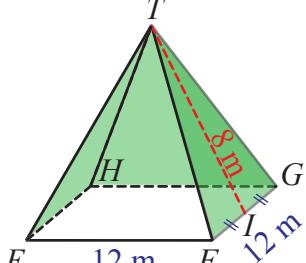
Gambar 8.26 (a) Bagian atas Masjid, (b) Monumen Proklamasi, (c) Monas, (d) Tenda, dan (e) Studio Libeskind

Coba perhatikan **Gambar 8.26** di atas. Bangun-bangun tersebut terbentuk dari gabungan bangun ruang sisi datar. Bagian atas Masjid Agung Demak terdiri atas limas terpotong, balok dan limas segiempat. Sedangkan pada Monumen Proklamasi terdiri atas limas terpotong dan limas segiempat. Bagian bawah Monas limas segiempat terpotong dan persegi, sedangkan bagian tengah terdiri atas prisma dan bagian atasnya prisma atau balok dan limas (mendekati bangun limas). Kemudian bagian bawah tenda terdiri atas balok dan bagian atasnya terdiri atas prisma segitiga. Sedangkan gedung Studio Libeskind bagian bawahnya terdiri atas balok dan bagian atasnya terdiri atas limas.

Dapatkah kalian menghitung luas bidang sisinya? Bagaimana cara menghitung volumenya? Ada berapa satuan udara yang berada di dalam gedung tersebut?

Untuk mengetahui lebih jauh tentang bagaiamana cara menentukan luas dan volume gabungan bangun ruang sisi datar, lakukan kegiatan berikut.

Menentukan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan

Sebuah tenda berbentuk bangun seperti pada **Gambar 8.26d** di atas atau perhatikan pada **Gambar 8.27** di samping. Berapakah luas kain yang digunakan untuk membuat sebuah tenda seperti itu, bila alasnya berbentuk persegi panjang dengan panjang 10 m, lebar 6 m, dan tingginya 0,5 m, sedangkan tinggi tenda 4,5 m?

Gambar 8.27 Tenda berbentuk gabungan antara balok dan prisma

Perhatikan gambar kubus dan limas dalam **Tabel 8.10** berikut ini.

Tabel 8.10 Konsep Luas Permukaan Bangun Ruang Gabungan

No.	Gambar	Luas Permukaan (L)	Keterangan
1.	Kubus *ABCD.EFGH*, AB = 12 m, BC = 12 m, CG = 12 m	$L = 864\text{ m}^2$	Luas permukaan kubus

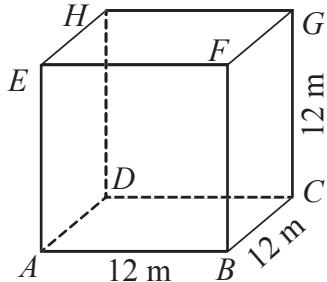
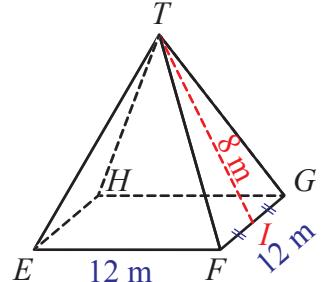
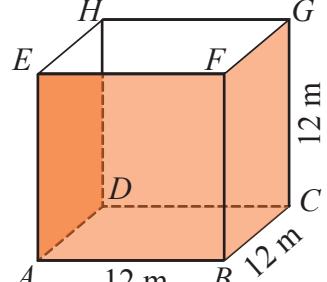
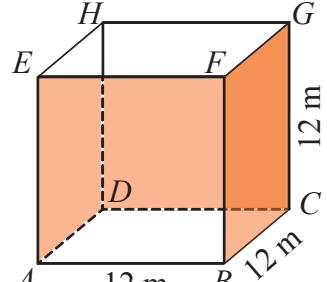
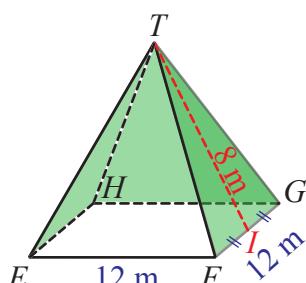
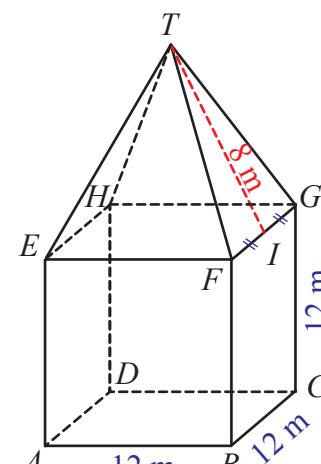
No.	Gambar	Luas Permukaan (L)	Keterangan
2.		$L = 336 \text{ m}^2$	Luas permukaan limas segiempat
3.		$L = 720 \text{ m}^2$	Luas permukaan kubus tanpa tutup
4.		$L = 576 \text{ m}^2$	Luas permukaan kubus tanpa alas dan tutup
5.		$L = 192 \text{ m}^2$	Luas permukaan limas segiempat tanpa alas

No.	Gambar	Luas Permukaan (L)	Keterangan
6.		$L = 912\ m^2$	Luas permukaan pada gambar di samping

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

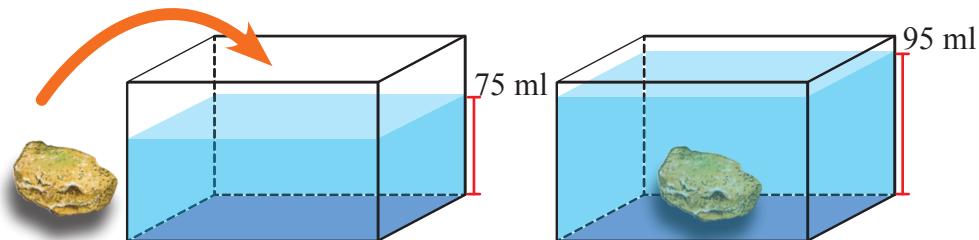
1. Bagaimana cara menemukan luas permukaan dan volume bangun datar gabungan?
2. Jika bangun ruangnya tidak beraturan, bagaimana cara menentukan luas permukaan dan volumenya?

Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata-kata berikut.

1. "luas", "kubus", "limas"
2. "luas", "balok", "limas"
3. "luas", "prisma", "limas"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Ayo Kita Menggali Informasi

Agar kalian menjadi lebih yakin dalam memahami konsep bangun ruang sisi datar gabungan, cobalah perhatikan dengan cermat pada **Tabel 8.11** berikut.

Tabel 8.11 Luas permukaan bangun ruang gabungan

No.	Gambar	Luas permukaan (L)	Keterangan
1.		$L = 6 \times AB^2$ $L = 6 \times 12^2$ $L = 6 \times 144$ $L = 864$ Jadi, luasnya permukaan adalah 864 m^2.	Luas permukaan kubus
2.		L = luas alas + jumlah luas bidang tegak $L = (AB)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times FG \times IT$ $L = 12^2 + 2 \times 12 \times 8$ $L = 144 + 192$ $L = 336$ Jadi, luasnya permukaan adalah 336 m^2.	Luas permukaan limas segiempat
3.		$L = 5 \times AB^2$ $L = 5 \times 12^2$ $L = 5 \times 144$ $L = 720$ Jadi, luasnya permukaan adalah 720 m^2.	Luas permukaan kubus tanpa tutup
4.		$L = 4 \times AB^2$ $L = 4 \times 12^2$ $L = 4 \times 144$ $L = 576$ Jadi, luasnya permukaan adalah 576 m^2.	Luas permukaan kubus tanpa alas dan tutup

No.	Gambar	Luas Permukaan (L)	Keterangan
5.	T, H, G, E, 12 m, F, 8 m, I, 12 m	L = jumlah luas bidang tegak $L = 4 \times \frac{1}{2} \times FG \times IT$ $L = 2 \times 12 \times 8$ $L = 192$ Jadi, luasnya permukaan adalah 192 m^2.	Luas permukaan limas segiempat tanpa alas
6.	T, H, G, E, F, I, 8 m, 12 m, D, C, A, 12 m, B, 12 m	L = luas permukaan kubus tanpa tutup + luas permukaan limas segiempat tanpa alas $L = 5 \times AB^2$ + jumlah luas bidang tegak $L = 5 \times 12^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times FG \times IT$ $L = 5 \times 144 + 2 \times 12 \times 8$ $L = 720 + 192$ $L = 912$ Jadi, luasnya permukaan adalah 912 m^2.	Luas permukaan pada gambar di samping

Untuk menambah pemahaman kalian tentang luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar gabungan atau menaksir luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal dan alternatif penyelesaiannya berikut ini.

Contoh 8.16

Sebuah kaleng berbentuk balok yang sudah berisi air dengan volume 75 mL. Kemudian kaleng tersebut akan dimasukkan batu yang bentuknya tidak beraturan. Setelah kaleng tersebut kemasukan benda padat, maka volume airnya berubah menjadi 95 mL.

Gambar 8.28 Balok dan Batu

Sekarang kita bisa mengetahui bahwa volume air berubah menjadi tambah banyak setelah dimasukkan batu. Apa perubahan volume airnya pertanda volume batu tersebut? Apa memang benar seperti itu? Kenapa demikian? Coba jelaskan.

Alternatif Penyelesaian

Diketahui: Volume air mula-mula, $V_1 = 75$ mL

Volume batu = b

Volume air setetah ditambahkan batu, $V_2 = 95$ mL.

Jawab:

$V_1 + b = V_2$

$75 + b = 95$

$b = 95 - 75$

$b = 20$

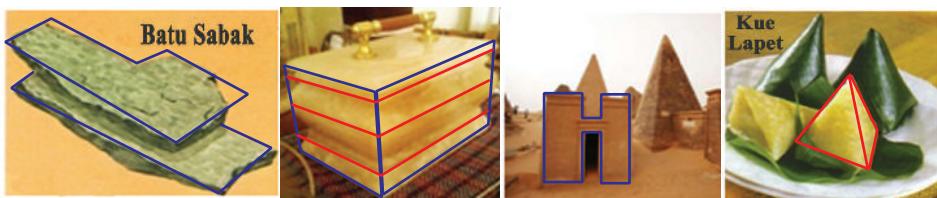
Jadi, volume batu adalah 20 mL.

Perhatikan gambar berikut ini atau ambillah beberapa bangun yang menyerupai kubus, balok, prisma, dan limas. Kemudian amatilah.

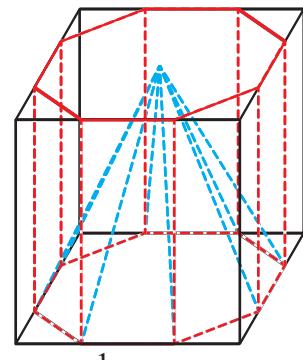
Sumber: astrophysicsblogs.blogspot.com   *Sumber: matematohir.wordpress.com*

Gambar 8.29 Batu sabak, toples marmer, piramida, dan kue lapet

Memilih mana dari bangun kubus, balok, prisma, dan limas yang lebih mudah digunakan untuk menaksir luas permukaan dan volume batu? toples? piramida? dan lapet?

Apakah bangun-bangun ruang tersebut yang memiliki luas permukaan sama? Termasuk juga volumenya sama? Mana yang lebih tepat digunakan untuk menaksir luas permukaan dan volume dari ke-4 gambar tersebut?

Menentukan luas permukaan atau volume bangun ruang sisi datar tidak beraturan adalah menaksirkan luas permukaan atau volume bangun ruang tersebut dengan cara menentukan bangun ruang tersebut termasuk mendekati

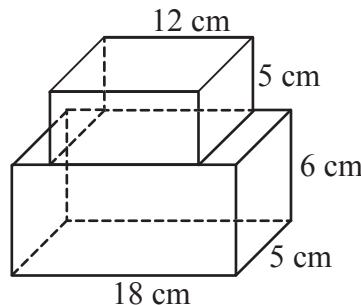
bangun ruang yang mana, sehingga nantinya apabila dihitung luas permukaan atau volumenya mempunyai selisih pengukuran yang paling sedikit.

Ilustrasi:

Kemudian, coba temukan benda-benda di lingkungan sekitarmu! Misalkan yang kalian temukan adalah wadah air minum kemasan, sudah tertera kapasitas isi airnya yaitu 250 mL. Bagaimana cara kalian menentukan luas permukaan dari wadah kemasan air minum tersebut?

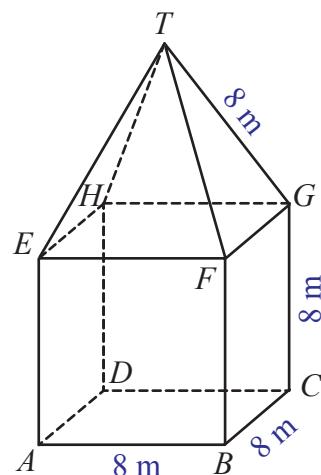
1. Setelah kalian melakukan kegiatan mengamati pada **Tabel 8.6**, sekarang cobalah selesaikan kasus yang terdapat pada **Masalah 8.2**.
2. Sebuah limas dan prisma segidelapan beraturan berada di dalam kubus yang alasnya saling berimpitan, seperti terlihat pada gambar berikut. Jika panjang rusuk kubus 1 cm, maka tentukan volume prisma di luar limas.

Gambar 8.30 Prisma dan limas dalam kubus

Setelah kalian melakukan kegiatan mengamati, memahami sedikit informasi dan melakukan kegiatan menggali informasi. Sekarang cobalah terapkan pada masalah berikut ini.

1. Perhatikan kembali **Tabel 8.10** dan **8.11**. Apa yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan tersebut? Jelaskan.
2. Kemudian temukan 3 contoh yang ada dalam kehidupan sehari yang ada hubungannya dengan materi yang telah kalian diskusikan. Diskusikan dalam kelompok bagaimana cara menjawabnya serta temukan jawabannya bersama-sama. Tuliskan jawaban tersebut sebagai karya kelompok.

Setelah kalian selesai menjawab kasus yang terdapat pada kegiatan menalar di atas, coba sekarang tukarkan hasil jawaban kalian dengan kelompok yang lain. Kemudian bandingkan hasil jawabannya, diskusikan dengan kelompok tersebut.

Tulislah kesimpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.

1. Perhatikan gambar di bawah.

Tentukan luas permukaan dan volumenya.

2. Perhatikan gambar rangka bangun di samping.

Rangka bangun tersebut terdiri atas dua bagian, yaitu balok dan limas.

Tentukan:

a. luas permukaan balok.

b. volume balok.

c. luas alas limas.

d. panjang diagonal alas limas.

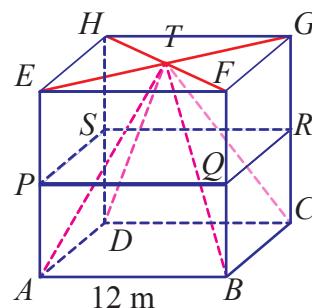
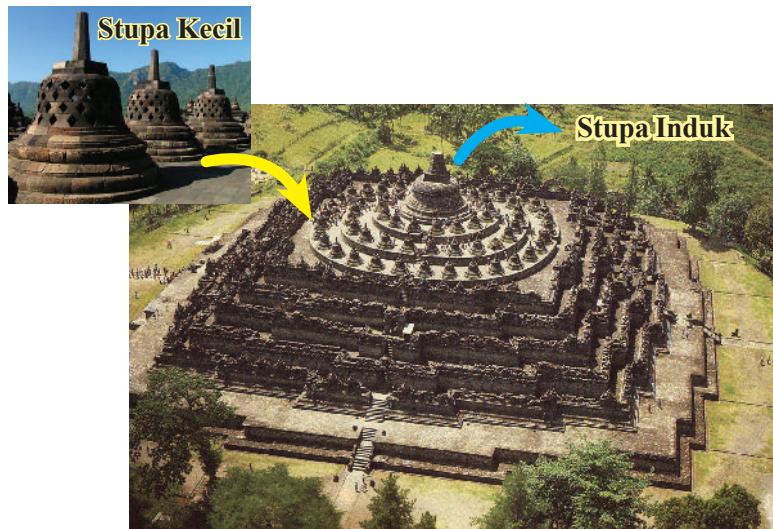
e. volume limas.

3. Sebuah tenda berbentuk bangun seperti berikut.

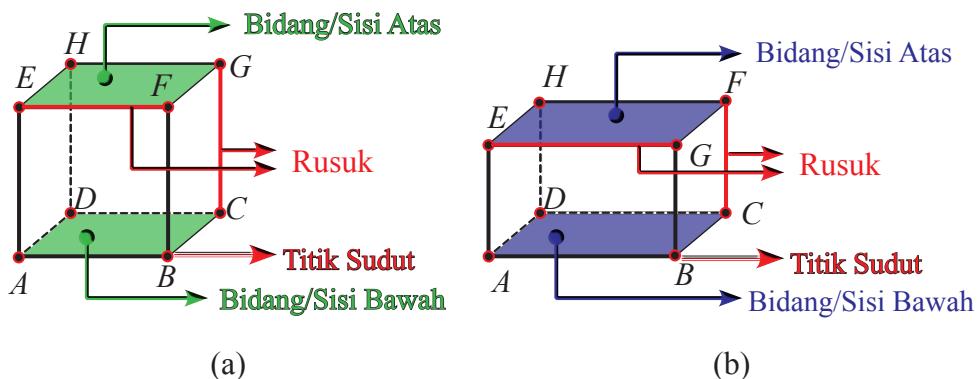
   Berapakah luas kain yang digunakan untuk membuat sebuah tenda seperti itu, bila alasnya berbentuk persegi dengan ukuran (4×4) m^2, tinggi bagian tenda yang berbentuk prisma 2 m dan tinggi sisi tegak bagian atapnya 3 m?

4. Ambillah enam benda-benda nyata yang ada di sekitar kalian, kemudian ukurlah dan perkirakan luas permukaan dan volumenya.

   Contoh:

Gelas Penghapus Batu Pensil Telur Stabilo

5. Perhatikan kubus *ABCD.EFGH* pada gambar berikut.

   Titik *A*, *B*, *C*, dan *D* terletak pada bidang sisi bagian bawah. Titik *T* merupakan titik perpotongan garis diagonal pada bidang sisi bagian atas. Selanjutnya dibuat limas *T.ABCD*. Jika limas *T.ABCD* dipotong oleh bidang *PQRS* dimana titik *P*, *Q*, *R*, *S*, berturut terletak di tengah garis *AE*, *BF*, *CG*, dan *DH*. Jika dengan panjang rusuk kubus tersebut adalah 12 cm, maka tentukan volume limas terpancung bagian bawah.

6. Bangunan Candi Borobudur terdiri atas tiga tingkatan, yaitu Kamadhatu, Rupadhatu, dan Arupadhatu. Arupadhatu merupakan bagian teratas candi yang denah lantainya berbentuk lingkaran. Di atas lantai ini terdapat sejumlah stupa kecil berbentuk lonceng yang disusun dalam tiga teras lingkaran melingkari stupa induk seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.

Pikirkan berapa banyak stupa kecil pada bagian Arupadhatu tersebut? Tuliskan strategimu.

Materi Pengayaan
Diagonal Ruang, Diagonal Bidang, dan Bidang Diagonal

Coba ingat kembali tentang unsur-unsur kubus atau balok yang pernah kalian pelajari ketika di SD. Unsur-unsur tersebut sekilas akan kita bahas kembali pada kesempatan kali ini. Oleh karena itu, perhatikan **Gambar 8.31** berikut.

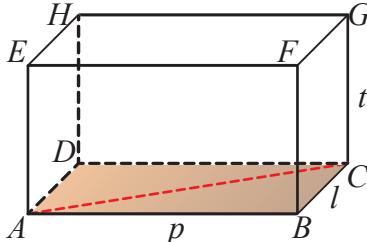
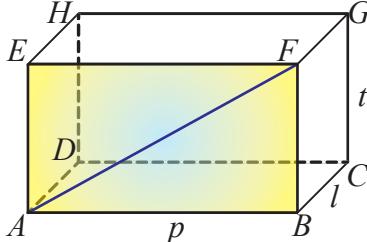
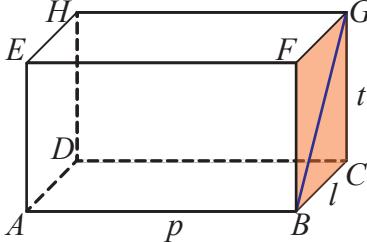
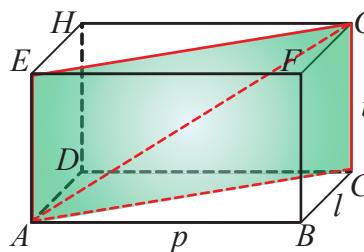
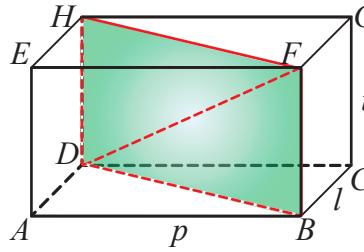
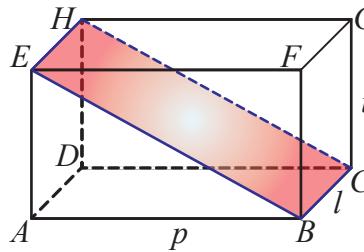
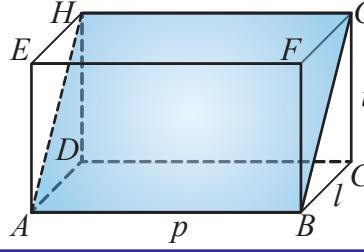
Gambar 8.31 Unsur-unsur kubus dan balok

Perhatikan **Gambar 8.31a**. Kubus *ABCD.EFGH* dibatasi oleh bidang *ABCD*, *ABFE, BCGF, CDHG, ADHE*, dan *EFGH*. Semua bidang tersebut disebut *sisi-sisi kubus ABCD.EFGH*. Kubus tersebut memiliki 8 titik sudut. Garis yang dibatasi oleh dua titik sudut, contoh $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{EH}$, $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, dan $\overline{DH}$ disebut rusuk-rusuk kubus *ABCD.EFGH*. Coba kalian amati bahwa tiap sisi kubus tersebut dibatasi oleh rusuk-rusuk.

Menurut kalian, apakah rusuk $\overline{AB}$ merupakan perpotongan bidang *ABCD* dan *ABFE*?

Rusuk-rusuk $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, dan $\overline{AD}$ disebut rusuk alas, sedangkan rusuk $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, dan $\overline{DH}$ disebut rusuk tegak. Dapatkah kalian menyebutkan rusuk mana saja yang termasuk rusuk atas?

Coba kalian bandingkan dengan balok pada **Gambar 8.29b**. Setiap daerah persegi pada kubus dan daerah persegi panjang pada balok disebut bidang atau sisi. Perpotongan dua buah daerah persegi pada kubus atau dua buah daerah persegi panjang pada balok disebut *rusuk*, yaitu rusuk $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{EH}$, $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, dan $\overline{DH}$. Adapun titik potong antara tiga buah rusuk disebut *titik sudut*, yaitu titik sudut *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, dan *H*.

Selain unsur-unsur yang telah diuraikan di atas, kubus atau balok juga memiliki tiga diagonal, yaitu diagonal bidang, diagonal ruang, dan bidang diagonal. Untuk lebih jelasnya tentang diagonal bidang, diagonal ruang, dan bidang diagonal marilah kita lakukan kegiatan berikut.

Hubungan antara Diagonal Ruang, Diagonal Bidang, dan Bidang Diagonal

Perhatikan gambar balok yang terbentuk berikut ini.

Tabel 8.12 Unsur-unsur lain pada balok

No.	Balok	Unsur-unsur lain
1.	Balok $ABCD.EFGH$ (panjang p, lebar l, tinggi t) dengan garis AC	$\overline{AC}$ adalah diagonal bidang
2.	Balok $ABCD.EFGH$ (panjang p, lebar l, tinggi t) dengan garis AF	Diagonal bidang AF
3.	Balok $ABCD.EFGH$ (panjang p, lebar l, tinggi t) dengan garis BG	Diagonal bidang BG

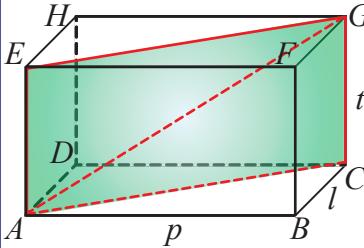
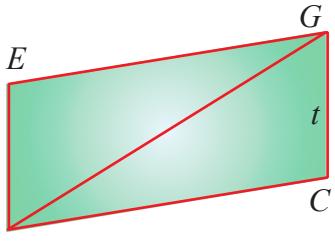
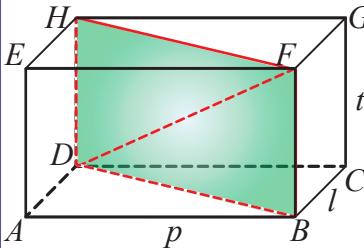
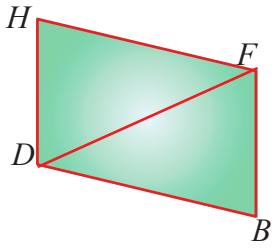
No.	Balok	Unsur-unsur lain
4.		Diagoal ruang AG
5.		Diagoal ruang DF
6.		Bidang diagonal $BCHE$
7.		Bidang diagonal $ABGH$

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, mungkin kalian bertanya dua hal berikut.

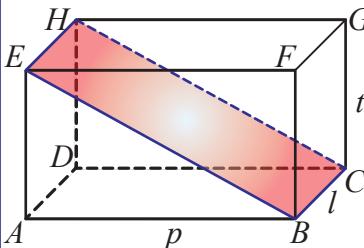
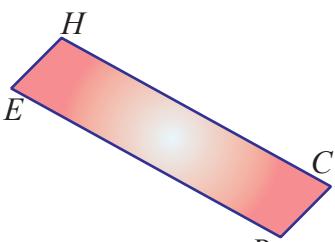
1. Bagaimana cara menentukan panjang diagonal bidang?
2. Apakah hubungan antara diagonal bidang dengan diagonal ruang?

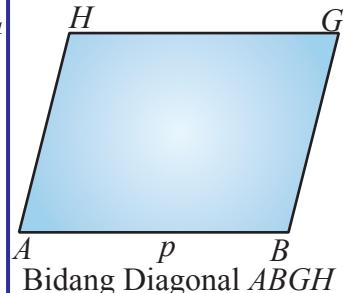
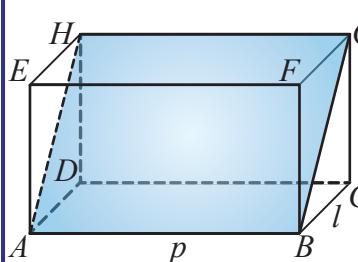
Sekarang cobalah buat pertanyaan yang serupa atau memuat kata-kata berikut.

1. "cara" dan "diagonal"
2. "panjang" dan "diagonal"
3. "luas" dan "diagonal"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Agar kalian menjadi lebih yakin dalam memahami tentang hubungan antara diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal pada kubus dan balok, cobalah perhatikan dengan cermat pada **Tabel 8.13** berikut.

Tabel 8.13 Diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal pada balok

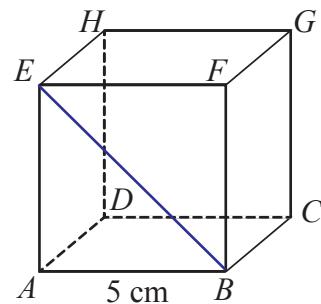
No.	Balok	Unsur-unsur lain	Keterangan
1.		$\overline{AC}$ adalah diagonal bidang.	Titik sudut A dihubungkan dengan titik sudut C membentuk ruas garis $\overline{AC}$ yang berada pada bidang $ABCD$.
2.		Diagonal bidang AF.	Titik sudut A dihubungkan dengan titik sudut F membentuk ruas garis $\overline{AF}$ yang berada pada bidang $ABFE$.
3.		Diagonal bidang BG.	Titik sudut B dihubungkan dengan titik sudut G membentuk ruas garis $\overline{BG}$ yang berada pada bidang $BCGF$.

Bagian A

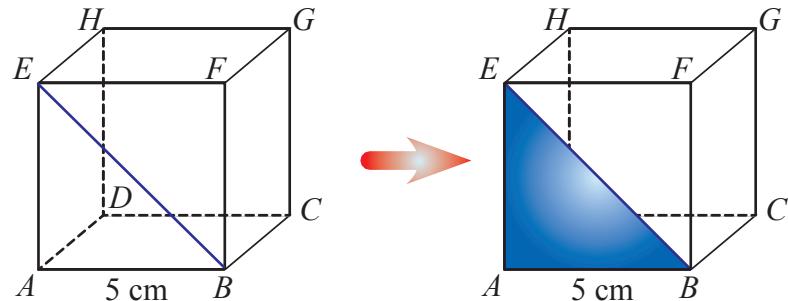
1. Coba sebutkan semua diagonal bidang yang terdapat pada balok *ABCD.EFGH* di atas.
2. Ada berapa banyak diagonal bidang yang dapat kalian temukan.

No.	Balok	Unsur-unsur lain	Keterangan
4.	H G E F t D C A p B l	G E t C A Diagoal ruang *AG*	Titik sudut *A* dihubungkan dengan titik sudut *G* membentuk ruas garis $\overline{AG}$ yang berada di dalam balok *ABCD.EFGH.*
5.	H G E F t D C A p B l	H F D B Diagoal ruang *DF.*	Titik sudut *D* dihubungkan dengan titik sudut *F* membentuk ruas garis $\overline{DF}$ yang berada di dalam balok *ABCD.EFGH*

Bagian B

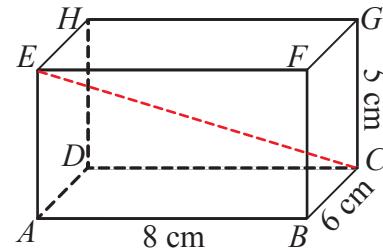
1. Coba sebutkan semua diagoal ruang yang terdapat pada balok *ABCD.EFGH* di atas.
2. Ada berapa banyak diagoal ruang yang dapat kalian temukan.

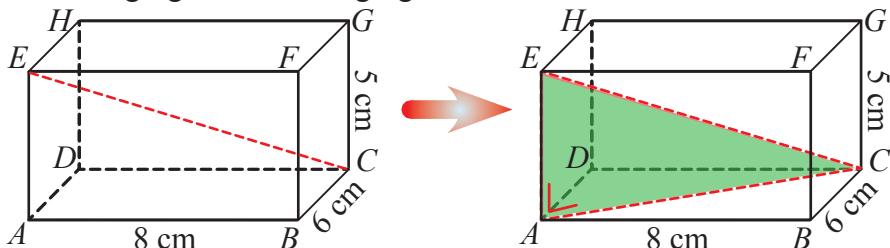
Bagian C

1. Menurut kalian, bagaimanakah cara terbentuknya bidang *BCHE* dan *ABGH* itu? Coba lengkap pada kolom keterangan di atas.
2. Coba sebutkan semua bidang diagonal yang terdapat pada balok *ABCD.EFGH* di atas.
3. Ada berapa banyak bidang diagonal yang dapat kalian temukan.

Untuk memperdalam tentang unsur-unsur kubus atau balok, silakan perhatikan dan pahami contoh soal berikut ini.

Perhatikan kubus *ABCD.EFGH* berikut ini.

Tentukan panjang diagonal *BE*.

Perhatikan segitiga *ABE*.

Segitiga *ABE* adalah segitiga siku-siku di titik *A*, sehingga untuk mencari panjang *BE* menggunakan rumus Pythagoras. Perhatikan uraian berikut.

$$
\begin{aligned}
BE^2 &= AB^2 + AE^2 \\
&= 5^2 + 5^2 \\
&= 25 + 25 \\
&= 50 \\
&= \sqrt{50} \\
&= 5\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

Jadi, panjang diagonal *BE* adalah $5\sqrt{2}$ cm.

Contoh 8.19

Perhatikan balok *ABCD.EFGH* berikut ini. Tentukan panjang diagonal ruang *CE*.

Alternatif Penyelesaian

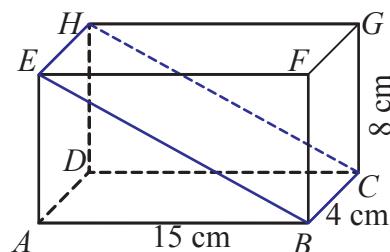
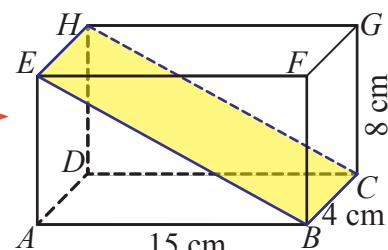
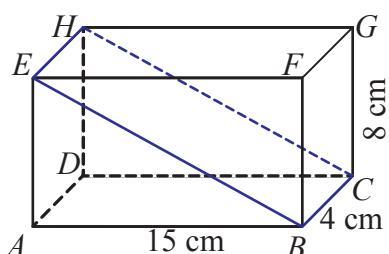
Perhatikan segitiga *ABC* dan segitiga *ACE*.

Segitiga *ACE* adalah segitiga siku-siku di titik *A*, sehingga untuk mencari panjang *CE* terlebih dulu mencari panjang *AC* dengan memerhatikan segitiga *ABC*, yakni sebagai berikut. Perhatikan uraian berikut.

$$
\begin{aligned}
AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\
&= 8^2 + 6^2 \\
&= 64 + 36 \\
&= 100 \\
&= \sqrt{100} \\
&= 10
\end{aligned}
$$

Dengan demikian, panjang diagonal AC adalah 10 cm.

Kemudian mencari panjang diagonal ruang CE, yaitu sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
CE^2 &= AE^2 + AC^2 \\
&= 5^2 + 10^2 \\
&= 25 + 100 \\
&= 125 \\
&= \sqrt{125} \\
&= 5\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

Jadi, panjang diagonal ruang CE adalah $5\sqrt{5}$ cm.

Perhatikan balok $ABCD.EFGH$ berikut ini.

Tentukan luas bidang diagonal $BCHE$.

Perhatika persegi panjang $BCHE$.

Untuk menentukan luas persegi panjang *BCHE* terlebih dulu carilah panjang diagonal *BE* atau *CH*, yakni sebagai berikut.

Perhatikan segitiga *ABCE* siku-siku di *A*.

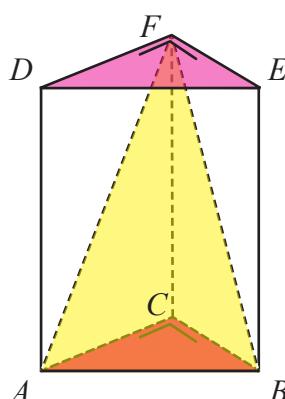
$$\begin{aligned} BE^2 &= AB^2 + AE^2 \\ &= 15^2 + 8^2 \\ &= 225 + 64 \\ &= 289 \\ &= \sqrt{289} \\ &= 17 \end{aligned}$$

Dengan demikian, panjang diagonal *AC* adalah 17 cm.

Kemudian mencari luas bidang diagonal *BCHE*, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Luas bidang diagonal } BCHE &= BE \times BC \\ &= 17 \times 4 \\ &= 68 \end{aligned}$$

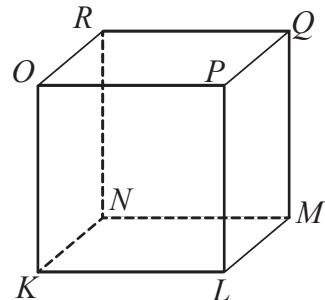
Jadi, luas bidang diagonal *BCHE* adalah 68 cm^2.

Setelah kalian memahami sedikit informasi di atas, sekarang coba temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri tentang dua hal berikut.

1. Temukan cara yang paling cepat atau temukan triknya untuk menentukan panjang diagonal bidang, panjang diagonal ruang, dan luas bidang diagonal baik pada kubus maupun pada balok.
2. Temukan apa yang dimaksud dengan bidang frontal dan bidang ortogonal pada kubus, balok, prisma, dan limas.

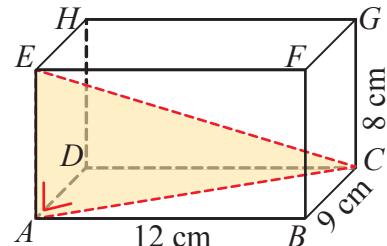
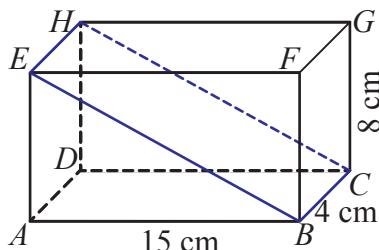
Kemudian setelah kalian melakukan kegiatan menggali informasi, sekarang terapkan pemahaman kalian tentang hal berikut.

1. Setelah kalian melengkapi **Tabel 8.13** dan menjawab pertanyaan-pertanyaan yang terdapat pada bagian A, B, dan C pada tabel tersebut. Kemudian simpulkan apa yang dapat kalian ketahui tentang diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal pada kubus atau balok
2. Dalam kubus atau balok ada istilah diagonal ruang dan bidang diagonal. coba uraikan hubungan antara diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal pada kubus atau balok?
3. Perhatikan gambar prisma berikut ini.

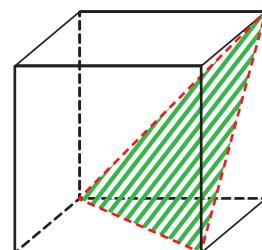
Perhatikan segitiga *ABF* di atas. Apakah segitiga *ABF* itu termasuk bidang diagonal pada prisma? Jelaskan.

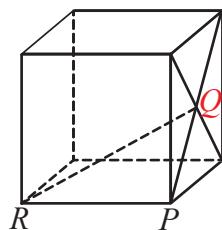
Kemudian lakukan diskusi dalam kelompok kalian untuk menjawab ketiga soal tersebut yang dipandu oleh gurumu sehingga diperoleh pemahaman dan simpulan yang sama.

Tulislah pemahaman dan simpulan yang sudah diperoleh pada buku kalian.

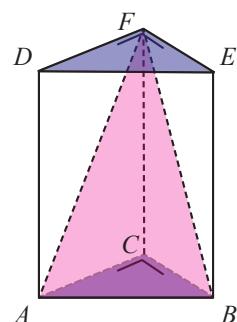
1. Perhatikan gambar kubus *KLMN.OPQR* di samping.

   a. Gambarlah semua diagonal sisinya dengan warna yang berbeda dan pada salinan gambar kubus *KLMN.OPQR* yang berbeda.
   b. Berapa banyak diagonal sisinya?
   c. Bagaimanakah panjangnya?

2. Diketahui panjang sisi kubus *ABCD.EFGH* adalah 6 cm.

   Tentukan panjang diagonal bidang, diagonal ruang, dan luas bidang diagonal pada kubus *ABCD.EFGH* di atas.

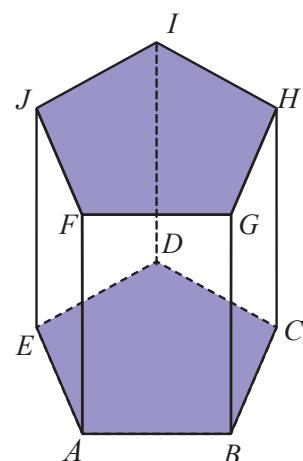
3. Perhatikan gambar di samping

   Tentukan luas daerah segitiga *ACE*.

4. Perhatikan gambar berikut.

   Tentukan luas permukaan prisma *ABE.DCH*.

5. Gambar di samping menunjukkan sebuah kubus dengan panjang rusuk 5 cm yang dipotong sehingga salah satu bagiannya berbentuk limas segitiga (*tetrahedron*). Tentukan volume kedua bangun hasil perpotongannya.

6. Q merupakan titik perpotongan dua diagonal sisi kubus yang panjang rusuknya 2 cm. Tentukan panjang QR.

7.

$ABCD.EFGH$ adalah kubus dengan rusuk 10 cm.

Titik X, Y, dan Z adalah pertengahan EH, BG dan AB. Hitunglah panjang XZ, YZ, dan XY.

8. Perhatikan gambar prisma berikut ini.

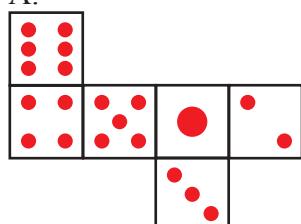
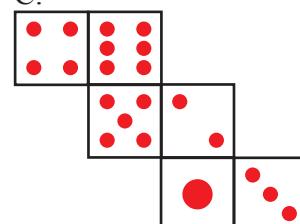
   Diketahui alas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang $BC = 3$ cm dan $AC = 4$ cm. Jika luas permukaan prisma 108 cm^2, tentukan tinggi prisma tersebut. Bagaimana cara kalian mencari luas bidang ABF? Jelaskan.

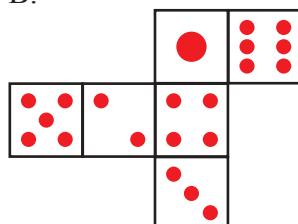
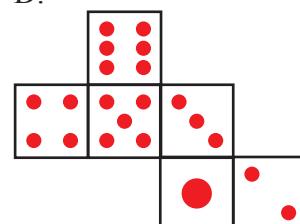
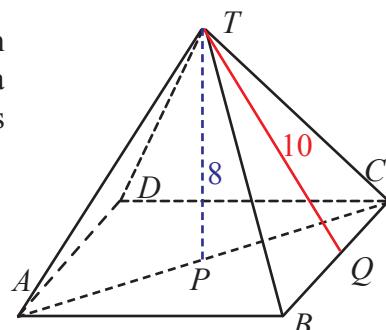
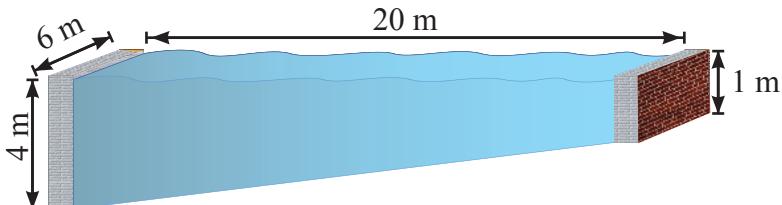
9. Perhatikan gambar prisma segilima di samping. Tentukan:
   a. ada berapa banyak rusuknya?
   b. ada berapa banyak bidang sisinya?
   c. ada berapa banyak titik sudutnya?
   d. hubungkan titik sudut A dengan titik sudut D, apakah termasuk diagonal bidang? Coba jelaskan.
   e. hubungkan titik sudut A dengan titik sudut H, apakah termasuk diagonal ruang? Coba jelaskan.
   f. hubungkan titik-titik A, C, H, dan F, apakah termasuk bidang diagonal? Coba jelaskan.

Pada kegiatan akhir bab ini kalian akan melakukan suatu projek. Projeknya adalah membuat bangun tertentu hasil kreasi dari bahan kardus.
Gunakan pengetahuan kalian tentang materi bangun ruang sisi datar dan materi lainnya pada kegiatan projek ini. Kemudian coba pikirkan dan tuliskan di tempat yang disediakan berikut jawaban dari pertanyaan-pertanyaan ini.

1. Supaya rencana mengkreasi bahan kardus ini baik dan unik, kira-kira apa yang harus kita perbuat? (Bahan kardus apa yang harus kita sediakan? Alat-alat apa yang harus kita siapkan? Langkah-langkah mengkreasi bahan dari kardus bagaimana? Berapa biaya yang butuhkan untuk mengkreasi bahan kardus ini? dan sebagainya)
2. Agar tugas kalian ini mendapatkan hasil yang memuaskan, kira-kira strategi apa yang harus kalian perbuat? Bagaimana bentuk strateginya? Apalagi yang harus diperbuat? dan sebagainya.
3. Apakah pelajaran kita saat ini (tentang bentuk-bentuk bangun datar) bisa kalian manfaatkan? Yang mana saja? Mengapa?

Pengalaman belajar tentang bangun ruang sisi datar telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut.

1. Berbentuk bangun apakah jaring-jaring kubus dan balok?
2. Apakah yang dimaksud dengan bangun kubus, balok, prisma, dan limas?
3. Tuliskan rumus luas permukaan kubus, balok, prisma, dan limas dilengkapi dengan keterangannya.
4. Tuliskan rumus volume bangun ruang sisi datar dilengkapi dengan keterangannya.
5. Bagaimana hubungan antara diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal?

A. Pilihan Ganda

1. Sebuah dadu dirancang sedemikian hingga jumlah angka pada alas dan atas selalu sama untuk setiap posisi dadu. Jaring-jaring dadu tersebut adalah ....

A.
C.
B.
D.
2. Disediakan kawat yang panjangnya 6 m, akan dibuat kerangka balok berukuran 13 cm × 9 cm × 8 cm. Banyak kerangka balok yang dapat dibuat dari kawat tersebut adalah ....

   A. 3 buah C. 5 buah
   B. 4 buah D. 6 buah

3. Sebuah balok berukuran panjang = $(3x + 2)$ cm, lebar = $(x + 5)$ cm, dan tinggi = $(2x – 4)$ cm. Jika jumlah panjang rusuknya 156 cm, maka nilai x adalah ....

   A. 6 cm C. 8 cm
   B. 7 cm D. 9 cm

4. Aku adalah bangun ruang yang memiliki 5 sisi, 9 rusuk, dan 6 titik sudut. Aku adalah ....

A. prisma segiempat
B. prisma segitiga
C. limas segitiga
D. limas segiempat

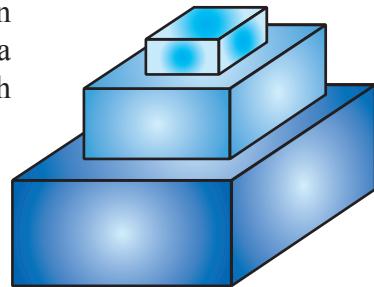
5. Jumlah panjang rusuk sebuah kubus adalah 96 cm. Luas permukaan kubus adalah … .
   A. 364 cm^2
   B. 384 cm^2
   C. 486 cm^2
   D. 512 cm^2

6. Suatu balok memiliki luas permukaan 516 cm^2. Jika panjang dan lebar balok masing-masing 15 cm dan 6 cm, maka tinggi balok tersebut adalah ....
   A. 6 cm
   B. 7 cm
   C. 8 cm
   D. 9 cm

7. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Jika luas permukaan prisma adalah 108 cm^2, maka tinggi prisma tersebut adalah ....
   A. 9 cm
   B. 8 cm
   C. 7 cm
   D. 6 cm

8. Jika tinggi prisma adalah 20 cm. Luas permukaan prisma tersebut adalah ....
   A. 330 cm^2
   B. 440 cm^2
   C. 550 cm^2
   D. 660 cm^2

9. Alas sebuah limas beraturan berbentuk persegi dengan panjang sisi 5 cm dan tinggi segitiga bidang tegaknya 10 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah ....
   A. 75 cm^2
   B. 100 cm^2
   C. 125 cm^2
   D. 150 cm^2

10. Sebuah limas tingginya 8 cm dan tinggi rusuk tegaknya 10 cm. Jika alasnya berbentuk persegi maka luas permukaan limas adalah ....
    A. 348 cm^2
    B. 384 cm^2
    C. 438 cm^2
    D. 834 cm^2

11. Sebuah balok berukuran panjang 12 cm, lebar 6 cm, dan tinggi 4 cm, maka luas permukaan balok adalah ….
    A. 488 cm^2
    B. 388 cm^2
    C. 288 cm^2
    D. 188 cm^2

12. Sebuah prisma alasnya berbentuk belahketupat dengan panjang diagonal 16 cm dan 12 cm. Luas permukaan prisma tersebut jika tingginya 12 cm adalah ….
    A. 726 cm^2
    B. 672 cm^2
    C. 264 cm^2
    D. 216 cm^2

13. Jika luas permukaan kubus adaLah 96 cm^2, maka panjang rusuk kubus tersebut adalah ....
    A. 4 cm
    B. 6 cm
    C. 8 cm
    D. 16 cm

14. Volume balok yang berukuran 13 cm × 15 cm × 17 cm adalah ….
    A. 3.315 cm^3
    B. 3.215 cm^3
    C. 3.115 cm^3
    D. 3.015 cm^3

15. Suatu prisma tegak yang alasnya merupakaN segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Jika panjang rusuk tegaknya 6 cm, maka volume prisma tersebut adalah ....
    A. 36 cm^3
    B. 60 cm^3
    C. 72 cm^3
    D. 90 cm^3

16. Halimah membuat model balok padat yang terbuat dari bahan Gipsum dengan luas alas 200 cm^2 dan tingginya 9 cm. Harga Gipsum per liter adalah Rp15.000,00. Rupiah minimal uang Halimah yang harus dikeluarkan untuk membuat model balok adalah ....
    A. Rp18.000,00
    B. Rp24.000,00
    C. Rp27.000,00
    D. Rp34.000,00

17. Sebuah kotak panjangnya $1\frac{1}{2}$ kali lebar dan $4\frac{1}{2}$ kali tingginya. Jumlah semua rusuk 408 cm. Maka volume dan luas permukaannya bertutur-turut adalah ....
    A. 23.328 cm^3 dan 6048 cm^2
    B. 23.238 cm^3 dan 4068 cm^2
    C. 6048 cm^2 dan 23.328 cm^3
    D. 8084 cm^2 dan 23.238 cm^3

18. Suatu kolam renang diisi penuh oleh air mempunyai ukuran panjang 20 m dan lebar 6 m. Kedalaman air pada ujung yang dangkal 1 m dan terus melandai sampai 4 m pada ujung yang paling dalam. Berapa literkah volume air dalam kolam?

A. 100.000 liter
B. 200.000 liter
C. 300.000 liter
D. 400.000 liter

19. Tiga kubus berukuran 1 m^3, 8 m^3, dan 27 m^3 ditumpuk seperti tampak pada gambar di samping. Tentukan jumlah luas permukaan tumpukan.

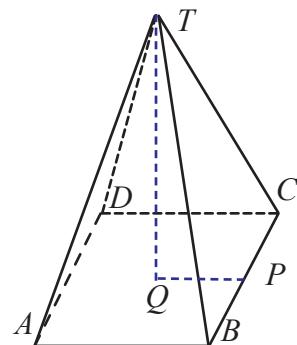
A. 46 m^2
B. 54 m^2
C. 56 m^2
D. 64 m^2

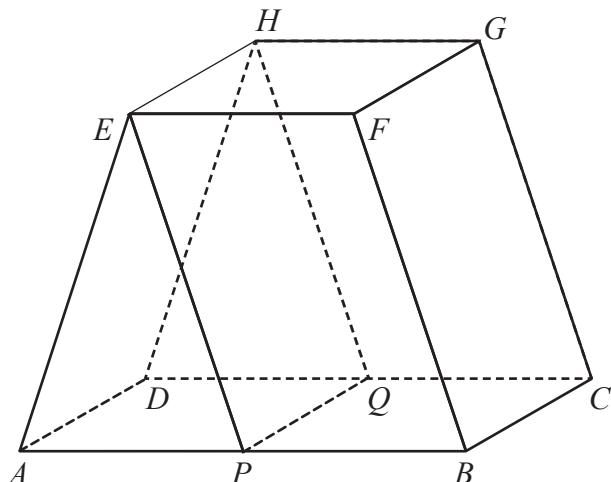
20. Kubus *ABCD.EFGH* mempunyai panjang rusuk 2 satuan. Titik *O* adalah titik potong dua diagonal pada bidang *BCFG*. Jarak titik *O* ke bidang *BCEH* adalah .... satuan.

(OSK SMP 2014)

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

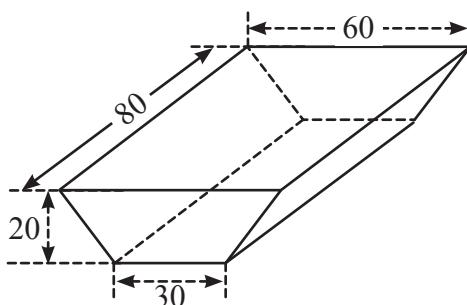
B. Esai

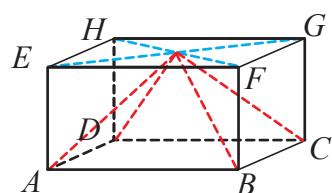
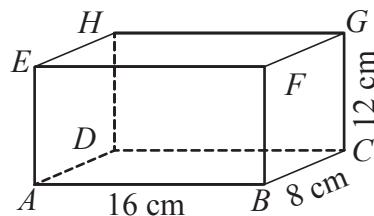
21. Seorang panitia konsumsi sebuah seminar pendidikan ingin mengecek apakah total kotak nasi yang dipesan sudah selesai. Cara yang ia lakukan adalah dengan menyusun kotak-kotak nasi tersebut di atas dua buah meja seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.

Meja 1 Meja 2

Bantulah panitia tersebut untuk menghitung total kotak nasi. Gunakan strategimu sendiri.

(Soal PISA)

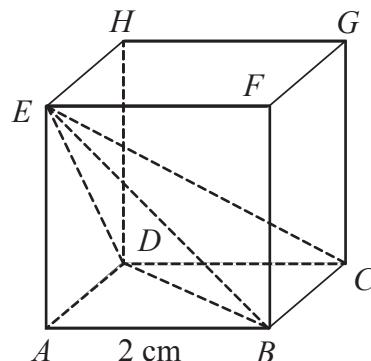
22. Diketahui balok memiliki $p : l : t = 4 : 2 : 3$. Jika luas sisi balok 1.300 cm^2, hitunglah:
    a. ukuran panjang, lebar, dan tinggi balok.
    b. panjang kerangka balok.
    c. volume balok.

23. Alas limas *T.ABCD* pada gambar di samping berbentuk persegi. Apabila volumenya 384 cm^3 dan tinggi limas 8 cm, hitunglah:
    a. luas alas limas.
    b. panjang rusuk alas limas.
    c. panjang *TP*.
    d. luas segitiga *TBC*.
    e. luas seluruh permukaan limas.

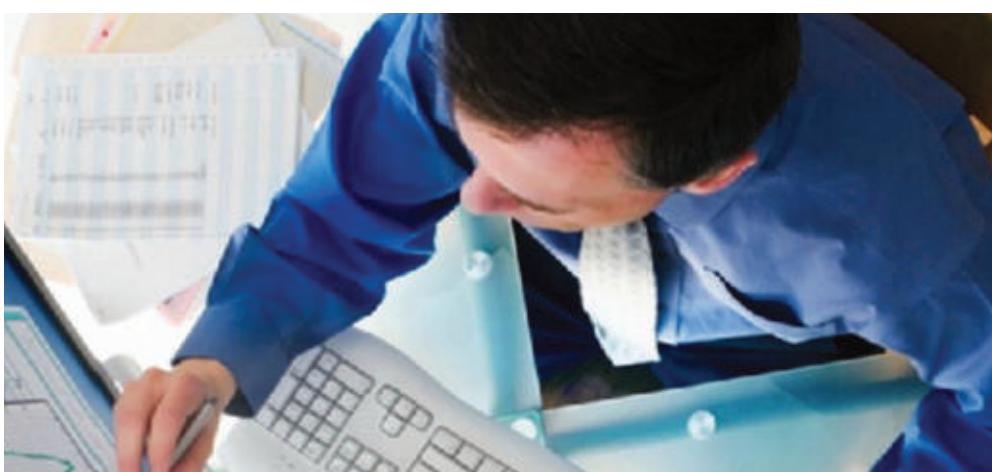
24. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku yang panjang sisi-sisinya 15 cm, 8 cm, dan 17 cm. Jika tinggi prisma 20 cm, hitunglah:
    a. luas alas prisma.
    b. luas permukaan prisma.
    c. volume prisma.

25. Diketahui sebuah prisma yang dibentuk oleh bidang-bidang sisi berupa: dua trapesium yang kongruen *ABFE* dan *DCGH*. Jika *AB* sejajar *EF*, panjang *AE* = panjang *BF*, panjang *AB* = 2 kali panjang *EF*, panjang *AP* = panjang *PB* = panjang *DQ* = panjang *QC*, $AD \perp AB$ dan $EH \perp EF$, maka perbandingan volume prisma *APE.DQH* dan prisma *PBFE. QCGH* adalah ....

(OSK SMP 2015)

26. Hitunglah luas permukaan dan volume tangki/bejana yang gambarnya berikut ini.

27. Sebuah balok *ABCD.EFGH* di samping, panjang, lebar, dan tingginya berturut-turut adalah 8 cm, 6 cm, dan 3 cm. Tentukan:

   a. volume limas *T.ABCD*.

   b. volume balok di luar limas *T.ABCD*.

28. Perhatikan balok *ABCD.EFGH* berikut ini.

Tentukan panjang diagonal bidang, diagonal ruang, dan luas bidang diagonal pada balok *ABCD.EFGH* di atas.

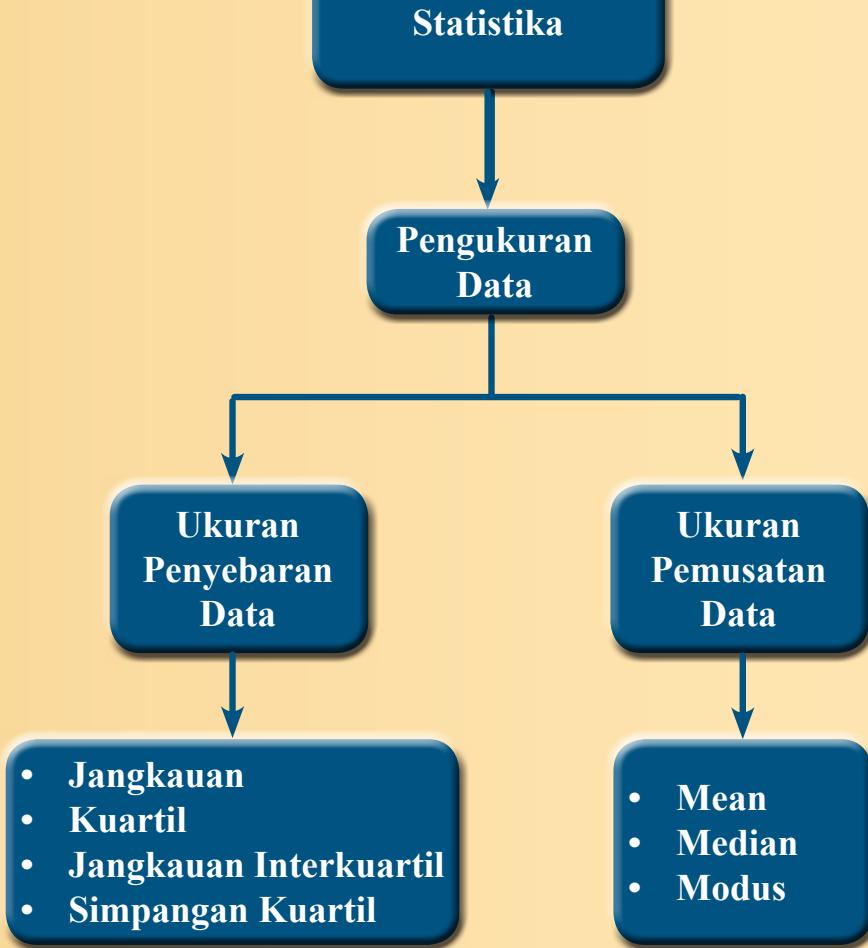
29. Perhatikan kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk 2 cm. Tentukan luas permukaan dan volume limas *E.ABCD.*

30. Sebuah tangki penampungan minyak tanah berbentuk prisma yang alasnya berupa belahketupat yang panjang diagonal-diagonalnya 4 m dan 3 m. Tinggi tangki 2,5 m. Pada dasar tangki terdapat keran yang dapat mengalirkan minyak tanah rata-rata 75 liter setiap menit. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan minyak tanah dari tangki itu sampai habis?

Bab 9

Statistika

Sumber: www.finance.detik.com

Aktuaris adalah seorang ahli yang dapat mengaplikasikan ilmu keuangan dan teori statistik untuk menyelesaikan persoalan-persoalan bisnis aktual. Persoalan ini umumnya menyangkut analisis kejadian masa depan yang berdampak pada segi finansial, khususnya yang berhubungan dengan besar pembayaran pada masa depan dan kapan pembayaran dilakukan pada waktu yang tidak pasti. Secara umum, aktuaris bekerja di bidang konsultasi, perusahaan asuransi jiwa, pensiun, dan investasi. Aktuaris juga sedang merambah di bidang-bidang lainnya, di mana kemampuan analitis diperlukan. Pada umumnya aktuaris di Indonesia memiliki latar belakang pendidikan dari FMIPA Matematika ataupun Statistika. Namun ada sedikit aktuaris yang berasal dari disiplin lain. Aktuaris di Indonesia banyak bekerja di perusahaan asuransi jiwa, sedangkan sisanya bekerja di dana pensiun, konsultan aktuaria, dan saat ini merambah ke dunia investasi. Nah, sekarang kalian sudah tidak ragu lagi belajar matematika dan statistika, kan? Tertarik untuk mempelajari statistika? Yuk, ikuti kegiatan mengenai statistika dan penerapannya di bab ini.

- *Rata-rata*
- *Median*
- *Modus*
- *Kuartil*
- *Jangkauan*

3.10 Menganalisis data berdasarkan distribusi data, nilai rata-rata, median, dan modus dari sebaran data untuk mengambil simpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi.

4.10 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi data, nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data untuk mengambil simpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi.

1. Menganalisis data dari distribusi data yang diberikan.
2. Menentukan nilai rata-rata, median, modus dari sebaran data.
3. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan rata-rata, median, modus dari sebaran data

Peta Konsep
Statistika
Pengukuran Data
Ukuran Penyebaran Data
Ukuran Pemusatan Data
• Jangkauan
• Kuartil
• Jangkauan Interkuartil
• Simpangan Kuartil
• Mean
• Median
• Modus

Genichi Taguchi
(1924 – 2012)

Dr. Genichi Taguchi

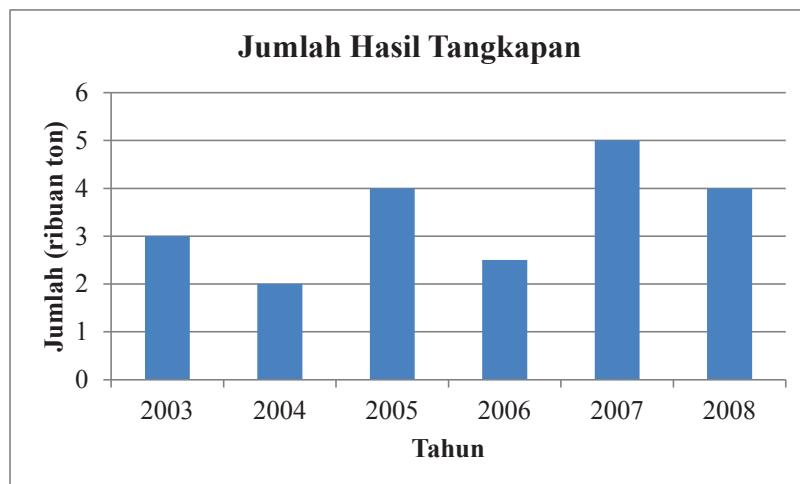
(1 Januari 1924 – 2 Juni 2012)

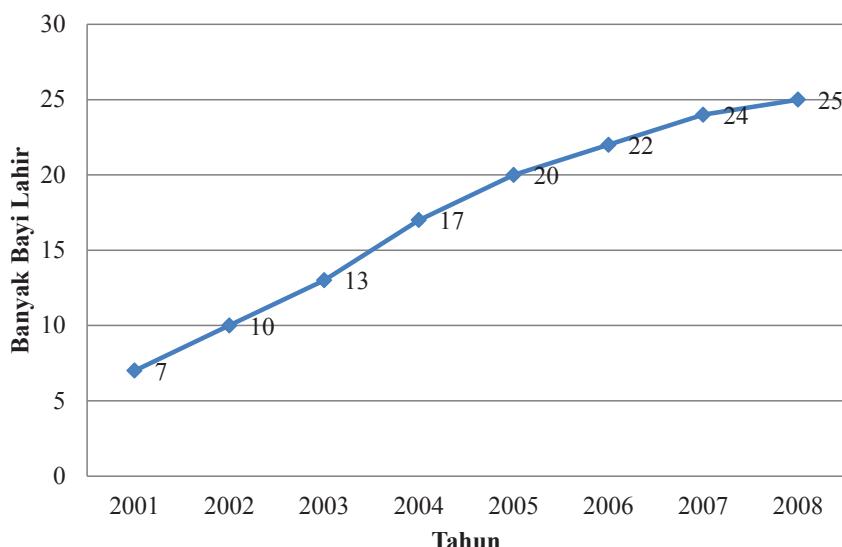
Pada 2012 lalu dunia berduka karena kehilangan seorang insinyur dan ahli statistik terbaik di Jepang, Genichi Taguchi. Jika kalian merasa begitu asing dengan tokoh ini, lihatlah kembali mobil dan barang-barang elektronik yang kalian punya di rumah. Mengapa hampir semuanya berlabel 'Made in Japan'? Salah satu alasannya adalah, sejak tahun 1970-an, produk Jepang terkenal karena kualitas, ketahanan, keandalan dan harganya yang terjangkau dibandingkan produk Amerika atau Eropa. Alasannya? Perusahaan manufaktur Jepang selalu mendengar apa kata Taguchi.

Genichi Taguchi adalah seorang insinyur dan ahli statistik. Ia memiliki latar belakang ilmu teknik dan juga mendalami statistika serta matematika tingkat lanjut, sehingga ia dapat menggabungkan teknik statistika dan pengetahuan keteknikan. Taguchi telah membuat kontribusi yang sangat berpengaruh untuk statistik industri. Metode yang ia cetuskan merupakan metodologi baru dalam bidang teknik yang bertujuan untuk memperbaiki kualitas produk dan proses serta dapat menekan biaya dan bahan baku seminimal mungkin. Metode Taguchi banyak diterapkan di pabrik-pabrik di Jepang oleh para teknisi untuk memperbaiki proses dan produk.

Pesan moral yang dapat kita ambil dari kontribusi Taguchi antara lain:

1. Selalu menjaga kualitas proses dan hasil kerja keras kita, baik dalam belajar maupun bekerja. Hal ini berarti, kualitas hasil belajar akan menjadi baik apabila kualitas proses belajar terjaga dengan baik. Dengan belajar statistika, kita bisa melihat hasil belajar kita ada kemajuan atau tidak, sehingga kita bisa mengontrol dan memperbaiki proses belajar.
2. Kita harus bersikap jujur, karena kejujuran dapat membuat diri kita menjadi pribadi yang berkualitas. Kitapun akan menjadi orang yang dipercaya. Hal inilah yang dapat diambil dari statistika. Dengan statistika, kita belajar menjadi manusia yang jujur dan, bicara sesuai dengan data dan fakta.

Kegiatan 9.1 *Menganalisis Data*

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai penerapan statistika dalam beberapa aspek kehidupan. Pengumpulan data tentang minat siswa dalam pemilihan bakat minat, ukuran sepatu, atau bahasa serta data tentang kepadatan penduduk dapat disajikan dengan mudah menggunakan ilmu statistika. Dengan statistika, data-data yang diperoleh itu dapat disajikan dalam tabel atau diagram sehingga mempermudah menganalisisnya.

Pada kegiatan ini kalian akan mempelajari cara menganalisis, membaca, dan memprediksi berdasarkan data dari tabel atau diagram.

Dari diagram batang di bawah dapat dilihat bahwa hasil perikanan terendah dicapai pada tahun 2004 yaitu sebanyak 2.000 ton. Sebaliknya hasil perikanan tertinggi dicapai pada tahun 2007 yaitu sebanyak 5.000 ton. Kenaikan tertinggi dicapai pada tahun 2006-2007 yaitu mencapai 2.500 ton.

Gambar 9.1 Diagram batang hasil perikanan tahun 2003 – 2008

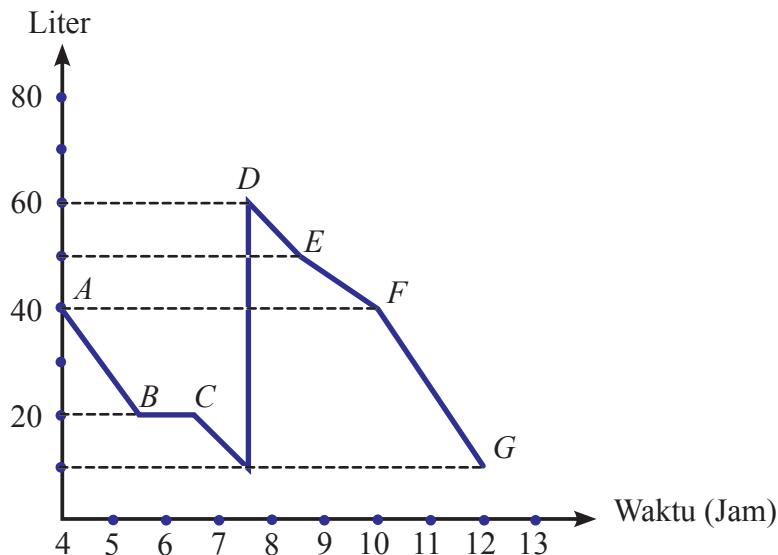
Bagaimana kita membaca data dalam grafik?

Perhatikan gambar diagram garis yang terdapat di Puskesmas Desa Suka Makmur berikut ini.

Gambar 9.2 Diagram garis jumlah kelahiran tiap tahun di Desa Suka Makmur

Diagram di atas menunjukkan bahwa pada tahun 2001 terdapat 7 kelahiran, tahun 2002 sebanyak 10 kelahiran, dan seterusnya.Temukan juga keterangan-keterangan lain yang dapat kalian peroleh dari diagram di atas.

a. Tentukan banyak kelahiran pada tahun 2003, 2004, dan seterusnya.
b. Pada tahun berapakah jumlah kelahiran paling tinggi? Pada tahun berapakah jumlah kelahiran paling rendah?
c. Berdasarkan grafik tersebut, perkirakan dan jelaskan banyak kelahiran pada tahun 2005.
d. Apa pendapat kalian tentang program Keluarga Berencana di desa tersebut?
e. Pada tahun 2008 terdapat 25 kelahiran. Dapatkah kita simpulkan bahwa pada tahun 2008 penduduk Desa Suka Makmur bertambah 25 orang dibandingkan tahun 2007?

Diberikan hasil produksi padi tiap tahun pada Desa Suka Makmur dari tahun 2008 sampai dengan 2015 sebagai berikut.

Tabel 9.1 Hasil produksi padi Desa Suka Makmur tahun 2001-2008

Tahun	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Hasil (ton)	250	285	310	340	380	225	290	420

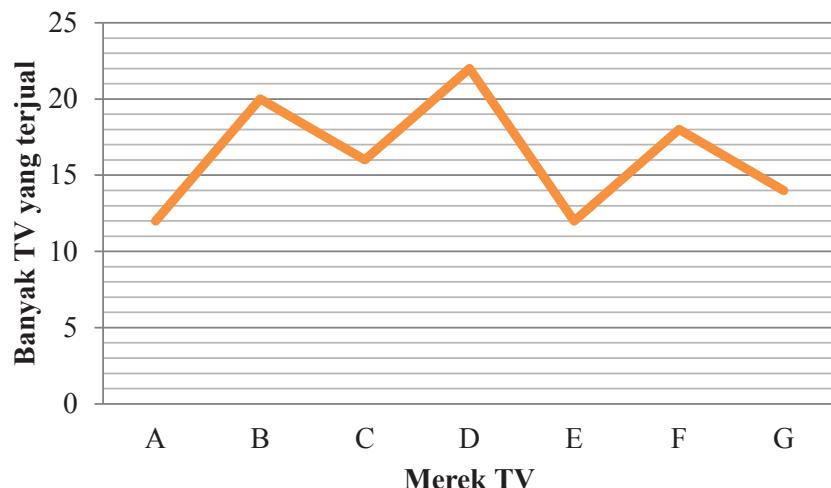
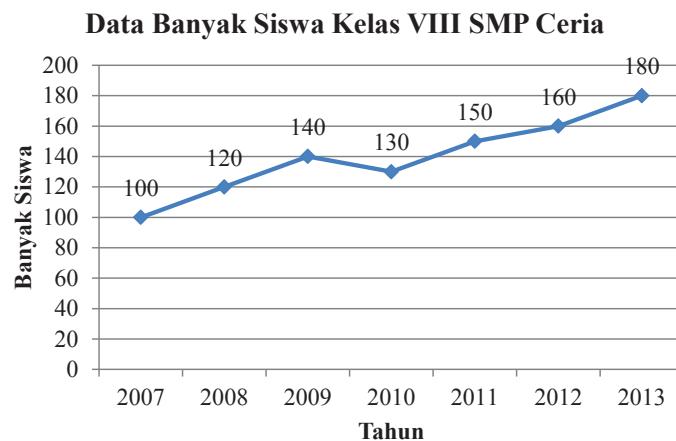
a. Buatlah beberapa simpulan dari data pada tabel di atas.
b. Pada tahun berapakah hasil produksi padi tertinggi?
c. Berikan tafsiran yang dapat diperoleh dari diagram garis tersebut.
d. Perkirakan produksi padi pada tahun 2010.
e. Menurutmu, apa yang terjadi pada tahun 2006 sehingga produksi menurun secara drastis?
f. Buatlah suatu pertanyaan berdasarkan tabel data tersebut.

Grafik di bawah ini menyajikan penggunaan bahan bakar terhadap waktu (dalam jam) pada perjalanan sebuah mobil dari kota M ke kota N. Gunakan informasi pada grafik di bawah ini untuk menjawab pertanyaan.

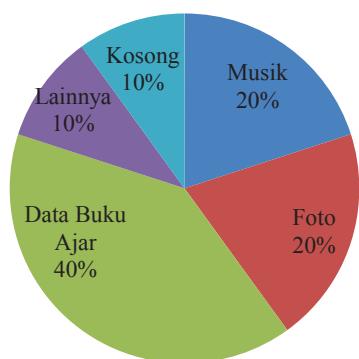
Gambar 9.3 Sajian data penggunaan bahan bakar terhadap waktu

1. Berapa liter bahan bakar yang dihabiskan dalam perjalanan:
   a. dari titik A ke titik B?
   b. dari titik C ke titik D?
   c. dari titik D ke titik E?
   d. dari titik E ke titik F?
   e. dari titik F ke titik G?

2. a. Berapa liter bahan bakar total yang dihabiskan dalam perjalanan tersebut?
   b. Berapa lama perjalanan dari kota M ke kota N?

3. Coba perhatikan kembali grafik di atas secara baik.
   a. Berapa banyak bahan bakar yang dihabiskan dari titik B ke titik C?
   b. Menurutmu apa yang kira-kira terjadi pada perjalanan dari titik B ke titik C? Jelaskan jawabanmu.
   c. Menurut analisismu, kejadian apa yang terjadi pada titik D? Jelaskan jawabanmu.

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas. Periksa dan silakan saling memberi komentar secara santun pendapat teman di kelas.

1. Diagram di bawah ini menunjukkan data penjualan beberapa jenis televisi di Toko Elektronik Wawan Jaya Makmur pada bulan Januari.

   a. Pada bulan tersebut, TV merk apa yang terjual paling banyak dan paling sedikit?
   b. Berapa total TV yang terjual pada toko tersebut berdasarkan diagram di atas?

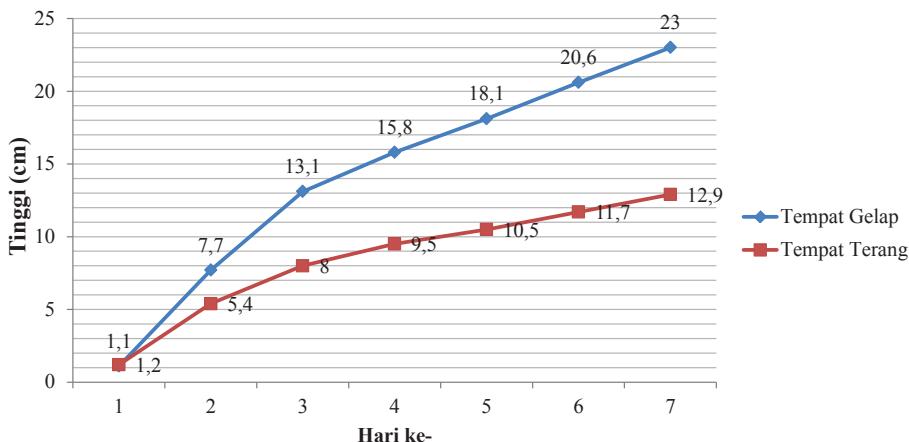
2. Diagram di bawah ini menunjukkan data banyaknya siswa kelas IX SMP Ceria pada tahun 2007 sampai tahun 2013.

Banyaknya siswa perempuan kelas IX pada tahun 2007 adalah sebanyak 55% dari total siswa pada tahun tersebut. Banyaknya siswa perempuan kelas IX pada tahun 2012 adalah sebanyak 40% dari total siswa pada tahun tersebut. Apakah dapat disimpulkan bahwa banyak siswa perempuan pada tahun 2007 lebih banyak dibandingkan pada tahun 2012? Jelaskan jawabanmu.

3. Diagram lingkaran di samping menunjukkan *file* yang terdapat di dalam *flashdisk* milik Reta yang berkapasitas 4 GB (setara dengan 4.000 MB). *Flashdisk* tersebut diisi dengan *file* musik, foto, data buku ajar matematika, dan data lainnya.

   a. Jika Reta ingin menambahkan *file* data buku ajar baru yang berkapasitas 750 MB, apakah kapasitas *flashdisk* milik Reta masih mencukupi? Jelaskan.

   b. Jika Reta tidak ingin menghapus *file* foto, *file* data buku ajar, dan *file* data lainnya di *flashdisk*nya, berapa persen dari keseluruhan *file* musik yang harus dihapus agar data buku ajar baru dapat ditambahkan ke dalam *flashdisk*?

4. Tabel di samping menunjukkan album-album pada *file* Musik di dalam *flashdisk* milik Reta.

   Dia ingin menambahkan *file* data buku ajar baru yang berkapasitas 750 MB tersebut, akan tetapi dia hanya ingin menghapus beberapa *file* Musik miliknya dengan syarat maksimal 3 album pada *file* Musik miliknya yang dihapus. Apakah mungkin bagi Reta untuk memasukkan *file* data buku ajar baru ke dalam *flashdisk* nya? Jelaskan jawabanmu.

Album	Kapasitas
Album A	75 MB
Album B	85 MB
Album C	125 MB
Album D	48 MB
Album E	152 MB
Album F	95 MB
Album G	66 MB
Album H	85 MB
Album I	69 MB

5. **Sains**. Data panjang kecambah dalam kondisi lingkungan yang gelap dan terang selama tujuh hari disajikan dalam grafik berikut.

a. Kapan selisih panjang kecambah yang diletakkan di tempat gelap dan terang menjadi 7,6? Bagaimana kalian menentukannya?

b. Jika kalian ingin menanam kecambah, manakah yang akan kalian pilih, menanam kecambah di tempat yang gelap dengan pertumbuhan yang cepat, atau di tempat terang dengan pertumbuhan yang lambat? Jelaskan jawaban kalian.

Menentukan Rata-rata (Mean) suatu Data

Pada saat upacara bendera, kita sering memerhatikan teman-teman kita. Terkadang tanpa sadar kita membandingkan tinggi rendah siswa dalam upacara tersebut. Ada yang tingginya 170 cm, 165 cm, 150 cm, atau bahkan 140 cm. Namun demikian, jika kita mencoba mendata tinggi tiap siswa, pasti hasilnya akan mengacu pada suatu nilai tertentu, yang disebut rata-rata.

Rata-rata merupakan salah satu contoh ukuran data. Dalam kegiatan ini kalian akan mempelajari rata-rata dan ukuran data lain meliputi ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data. Dengan mempelajari materi ini diharapkan kalian dapat menentukan ukuran pemusatan data dan dapat menafsirkan kecenderungan suatu data dari data yang telah diketahui.

Pernahkah kalian mengetahui berapa usia presiden dan wakil presiden Indonesia saat pertama kali menjabat? Tahukah kalian, bahwa di antara presiden dan wakil presiden yang pernah menjabat, Mohammad Hatta adalah yang paling muda. Mohammad Hatta menjabat sebagai wakil presiden saat usia 43 tahun. Soekarno menjabat sebagai presiden saat beliau berusia 44 tahun. Apakah mungkin seseorang yang berusia 40 tahun bisa menjadi presiden atau wakil presiden? Usia berapa pejabat negara yang pernah menjadi presiden dan wakil presiden di Indonesia? Perhatikan tabel berikut

Tabel 9.2 Data presiden dan wakil presiden yang pernah menjabat di Indonesia

Nama		Lahir	Dilantik pertama kali	Usia saat dilantik pertama kali	Wafat	Usia
	Soekarno	9 Juni 1901	1945	44	21 Juni 1970	69
	Mohammad Hatta	12 Agustus 1902	1945	43	14 Maret 1980	78
	Soeharto	8 Juni 1921	1967	46	27 Januari 2008	87
	Sri Sultan Hamengkubuwono IX	12 April 1912	1973	61	2 Oktober 1988	76

Nama		Lahir	Dilantik pertama kali	Usia saat dilantik pertama kali	Wafat	Usia
	Adam Malik	22 Juli 1917	1978	61	5 September 1984	67
	Umar Wirahadikusumah	10 Oktober 1924	1983	59	21 Februari 2003	79
	Sudharmono	12 Maret 1927	1988	61	25 Jauari 2006	79
	Tri Sutrisno	15 November 1935	1993	58	-	-
	Bacharuddin Jusuf Habibie	25 Juni 1936	1988	62	-	-
	Abdurrahman Wahid	7 September 1940	1999	59	30 Desember 2009	69

Nama		Lahir	Dilantik pertama kali	Usia saat dilantik pertama kali	Wafat	Usia
	Megawati Sukarnoputri	23 Januari 1947	2001	54	-	-
	Hamzah Haz	15 Februari 1940	2001	61	-	-
	Susilo Bambang Yudhoyono	9 September 1949	2004	55	-	-
	Jusuf Kalla	15 Mei 1942	2004	62	-	-
	Boediono	25 Februari 1943	2009	67	-	-
	Joko Widodo	21 Juni 1961	2014	53	-	-

Rata-rata atau *mean* merupakan salah satu ukuran untuk memberikan gambaran yang lebih jelas dan singkat tentang sekumpulan data. Rata-rata merupakan wakil dari sekumpulan data atau dianggap suatu nilai yang paling dekat dengan hasil pengukuran yang sebenarnya.

Bagaimana cara kita untuk menentukan rata-rata? Lakukan beberapa kegiatan di bawah ini agar kamu dapat mengetahui rata-rata usia presiden dan wakil presiden pertama kali menjabat.

1. Coba kalian kumpulkan semua data usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik.
2. Jumlahkan seluruh bilangan yang menyatakan usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik. Kemudian catat hasil penjumlahannya.
3. Setelah kamu mendapatkan hasil dari langkah 2, bagilah nilai tersebut dengan jumlah presiden dan wakil presiden yang terdaftar pada tabel.

Berdasarkan tabel tersebut, rata-rata usia presiden dan wakil presiden saat dilantik pertama kali adalah berusia 61 tahun.

Jika jumlah seluruh presiden dan wakil presiden menyatakan banyaknya data, berapakah banyaknya data tersebut? Jika bilangan yang kamu dapatkan pada nomor 3 di atas disebut dengan rata-rata (*mean*) usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik, bagaimana rumus umum untuk mendapatkan rata-rata usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik? Buatlah pertanyaan lain yang terkait dengan rata-rata, banyak data, dan jumlah data. Ajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru kalian.

Salah satu ukuran pemusatan data adalah rata-rata atau *mean*. Langkah mudah untuk menentukan rata-rata adalah menjumlahkan semua bilangan pada data, kemudian membaginya dengan banyak data. Seringkali nilai rata-rata yang diperoleh tidak terdapat pada data yang diberikan. Untuk lebih memahamiya, yuk perhatikan beberapa contoh berikut.

Tabel berikut meunjukkan curah hujan Kabupaten Sragen, Jawa Tengah tahun 2014.

Bulan	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun
Curah Hujan (mm)	207,11	188,11	251,79	260,89	53,00	137,68

Bulan	Jul	Agst	Sept	Okt	Nov	Des
Curah Hujan (mm)	41,95	4,37	2,68	9,89	295,84	271,26

Sumber: http://sragenkab.bps.go.id/LinkTabelStatis/view/id/20

Tentukan rata-rata curah hujan di Kabuaten Sragen sepanjang tahun 2014.

Rata-rata curah hujan Kabupaten Sragen sepanjang tahun 2014 adalah

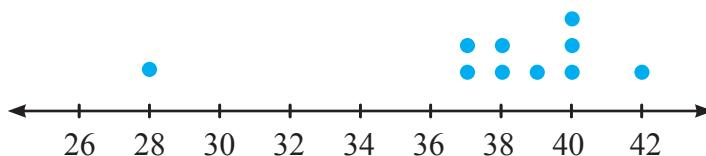
$$\frac{\begin{array}{c}207{,}11 + 188{,}11 + 251{,}79 + 260{,}89 + 53{,}00 + 137{,}68 + \\ 41{,}95 + 4{,}37 + 2{,}68 + 9{,}89 + 295{,}84 + 271{,}26\end{array}}{12} = \frac{1.724{,}57}{12} = 143{,}71$$

Jadi, rata-rata curah hujan di kabupaten Sragen adalah 143,71 mm di tahun 2014.

Dalam suatu kumpulan data, adakalanya terdapat satu nilai data yang jauh lebih besar atau jauh lebih kecil daripada nilai-nilai yang lainnya. Ketika nilai tersebut dimasukkan ke dalam kumpulan data akan memengaruhi nilai rata-rata. Perhatikan contoh berikut.

Tabel di bawah menunjukkan nomor sepatu anak yang mewakili sekolah dalam ajang pekan olahraga di kabupaten.

a. Tentukan nilai yang dapat memengaruhi nilai rata-rata.

b. Tentukan rata-rata dengan dan tanpa nilai dari poin a.

Nomor Sepatu Anak-anak yang Mewakili POR									
40	37	39	40	42	38	38	37	28	40

a. Berdasarkan data dalam tabel, kita bisa mengetahui nilai yang dapat memengaruhi nilai rata-rata dengan membuat plot data seperti berikut.

Nomor sepatu yang berukuran 28 jauh lebih kecil dibandingkan dengan ukuran sepatu lainnya. Jadi, nomor sepatu berukuran 28 adalah data yang dapat memengaruhi rata-rata.

b. Rata-rata dengan data 28.

$$\frac{40 + 37 + 39 + 40 + 42 + 38 + 38 + 37 + 28 + 40}{10} = \frac{379}{10} = 37,9$$

Rata-rata tanpa data 28.

$$\frac{40 + 37 + 39 + 40 + 42 + 38 + 38 + 37 + 40}{9} = \frac{351}{9} = 39$$

Perhatikan bahwa rata-rata dengan dan tanpa megikutsertakan 28 dalam kumpulan data memiliki nilai yang berbeda. Sehingga, rata-rata tanpa nilai 28 lebih baik untuk menyatakan nomor sepatu.

Rata-rata nilai ulangan Matematika susulan dari 11 orang siswa adalah 7,2. Jika nilai ulangan Romi tidak diikutkan karena dia mengakui bahwa dia mendapatkan jawabannya dari hasil menyontek, nilai rata-rata tersebut berubah menjadi 7,0. Tentukan nilai ulangan Romi.

$$\text{Rata-rata } (Mean) = \frac{\text{jumlah nilai seluruh data}}{\text{banyak data}}$$

$$7{,}2 = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_{11}}{9}, \text{ sehingga}$$

Jumlah nilai seluruh data, yakni $x_1 + x_2 + ... + x_{11} = 79{,}2$.

Jika nilai Romi adalah x_{11} dikeluarkan, maka

$$7{,}0 = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_{10}}{9}, \text{ sehingga } 7{,}0 = \frac{79{,}2 - x_{11}}{10}$$

$$70 = 79{,}2 - x_{11}$$

$$x_{11} = 79{,}2 - 70$$

$$= 9{,}2$$

Jadi, nilai ulangan Matematika Romi yang tidak diikutsertakan adalah 9,2.

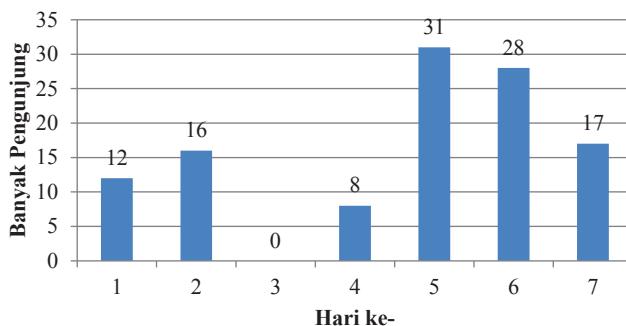
a. Buatlah dua kelompok data yang berbeda yang terdiri atas enam nilai dan memiliki rata-rata 21 untuk tiap-tiap kelompok.

b. Apakah nilai rata-rata selalu terdapat dalam kumpulan data?

c. Jika x menyatakan jumlah seluruh nilai dari suatu data umum dan n menyatakan banyaknya data, bagaimana menentukan rumus umum dari *mean*?

d. Kalian telah mempelajari cara menentukan *mean* dari data yang diberikan. Nah, dengan menggunakan kalimat kalian sendiri, bagaimanakah cara kalian menentukan *mean* suatu data yang disajikan dalam bentuk tabel (biasanya disebut tabel distributif frekuensi) seperti berikut?

Tabel 9.3 Tabel Nilai Ulangan IPA Siswa Kelas VIIIA

Nilai	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	4	5	5	8	7	4	2

Diskusikan hasil penalaran kalian dengan teman sebangku kalian. Setelah itu, sampaikan hasil diskusi kalian di depan kelas.

1. Tentukan rata-rata dari data yang diberikan berikut.
   a. 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14
   b. 108, 103, 98, 105, 85, 112, 119, 82, 94, 115, 126
   c. 40, 50, 55, 60, 8, 37, 50
   d. Pengunjung di klinik kesehatan gigi

Jumlah pengunjung di klinik gigi

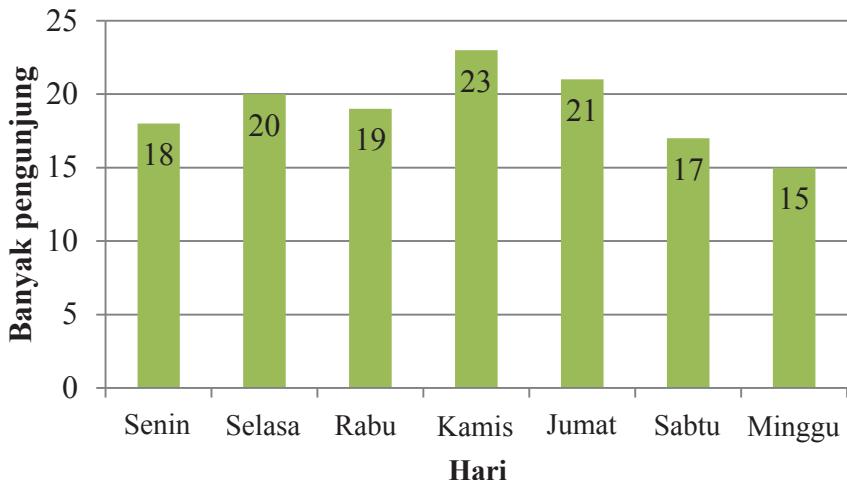
Banyak Pengunjung: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

Hari ke-	1	2	3	4	5	6	7
Banyak Pengunjung	12	16	0	8	31	28	17

2. *Mean* dari 12 data adalah 6,5. Tentukan jumlah seluruh data tersebut.

3. Berdasarkan hasil survei oleh penjaga stan celana di suatu mall selama satu bulan, diperoleh data nomor celana yang terjual selama satu bulan.

27	35	32	30	30	32	28	32
30	32	30	29	29	28	27	27
27	28	28	29	29	27	30	32

Tentukan rata-rata nomor celana yang dibeli selama satu bulan.

4. Nilai rata-rata ujian Matematika dari 39 siswa adalah 45. Jika nilai seorang siswa yang mengikuti ujian susulan ditambahkan, nilai rata-rata ujian tersebut menjadi 46. Berapakah nilai siswa yang mengikuti ujian susulan tersebut?

5. Data usia dan berat badan sekelompok balita di Posyandu Dahlia disajikan dalam tabel seperti berikut.

Usia (tahun)	Berat badan (kg)
1	10, 11, 9
1,5	11, 12, 10, 13
2	12, 13, 14, 12, 15, 11
2,5	11, 12, 13, 14, 15
3	15, 14, 16, 15
3,5	17, 16, 14
4	17, 16
4,5	16, 15, 18

Berapakah rata-rata berat badan sekelompok balita tersebut?

6. Data banyak pasien yang berobat ke Poliklinik Bina Sehat selama satu minggu sebagai berikut.

Berapakah rata-rata banyak pasien yang berobat di Poliklinik Bina Sehat dalam waktu satu minggu?

7. Rata-rata nilai siswa kelas 8A adalah 72. Rata-rata nilai 15 siswa kelas 8B adalah 80. Jika nilai kelas 8A dan 8B digabungkan, rata-ratanya menjadi 75. Berapakah banyak siswa kelas 8A? Jelaskan jawaban kalian dengan jelas.

8. Perhatikan tabel nilai siswa kelas 8E berikut.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	3	8	10	11	6	2

Berapakah banyak siswa yang mendapat nilai di atas rata-rata?

9. Banyak siswa di suatu kelas adalah 30 anak. Banyak siswa perempuan 17 anak. Selisih rata-rata nilai ulangan matematika siswa laki-laki dan perempuan adalah 0,6. Rata-rata nilai ulangan Matematika satu kelas adalah 6,76. Jika rata-rata nilai siswa laki-laki lebih tinggi daripada rata-rata nilai siswa perempuan, berapakah rata-rata nilai siswa laki-laki?

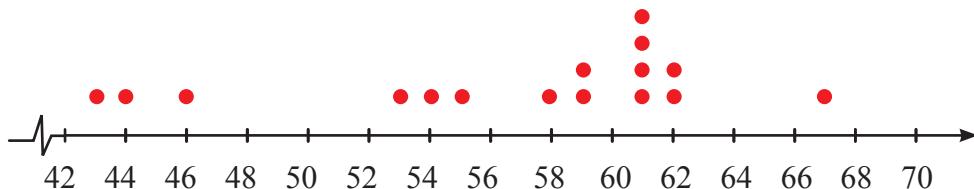
10. Nilai rata-rata Matematika dalam suatu kelas adalah 72. Nilai rata-rata siswa laki-laki 69 dan nilai rata-rata siswa perempuan adalah 74. Jika banyak siswa dalam kelas adalah 40 orang, berapakah banyak siswa laki-laki di kelas?

Menentukan Median dan Modus suatu Data

Sama halnya dengan rata-rata (*mean*), median dan modus juga merupakan ukuran pemusatan data yang digunakan untuk menganalisis data. Perhatikan kembali tabel yang menyajikan presiden dan wakil presiden Indonesia dari masa ke masa. Menurut kalian, pada usia berapakah yang paling banyak seorang presiden dan wakilnya untuk pertama kali dilantik? Bagaimana kalian menentukannya? Untuk mengetahui bagaimana cara kita untuk menentukan median dan modus, pelajari **Kegiatan 9.3** berikut ini.

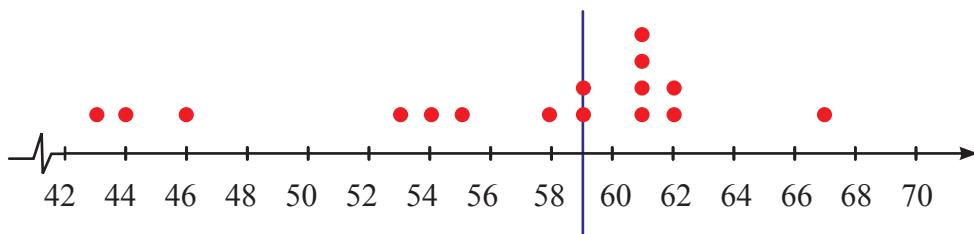
Coba kamu amati data berat badan 9 siswa laki-laki kelas VIII D SMP Ceria berikut ini (dalam kg).

47 57 53 50 45 48 52 49 55

Setelah diurutkan, data di atas dapat dituliskan kembali menjadi

45 47 48 49 50 52 53 55 57

a. Berapakah banyaknya data berat badan siswa laki-laki kelas IX D SMP Ceria di atas?
b. Apakah banyaknya data tersebut termasuk ke dalam bilangan ganjil atau bilangan genap?
c. Setelah data tersebut diurutkan, menurutmu data ke berapa yang terdapat pada posisi/urutan paling tengah dari seluruh data yang ada?
d. Jika nilai dari data yang terletak pada posisi tengah dari kumpulan data berat badan siswa di atas disebut dengan median, berapakah nilainya?
e. Bagaimana caramu menentukan data yang berada pada posisi tengah dari sekumpulan data yang terurut tersebut?

Selain dengan mengurutkan suatu data dari data terkecil ke data terbesar, kita juga bisa menentukan median dan modus sekaligus dengan menggunakan plot. Perhatikan kembali tabel presiden dan wakil presiden Indonesia dari masa ke masa. Bagaimana cara kita menentukan median dan modus usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik? Amati langkah yang dibuat Imelda berikut.

Imelda menyusun usia semua presiden dan wakil presiden ke bentuk diagram yang membuatnya mudah untuk mengamati usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik.

Imelda membuat plot usia presiden dan wakil presiden seperti berikut.

Apa yang kalian dapatkan dari diagram di atas? Mudah bukan untuk menentukan usia yang sering muncul. Berapakah modus dari usia presiden dan wakil presiden Indonesia saat pertama kali dilantik?

Bagaimanakah menentukan median dari diagram yang dibuat Imelda? Amati langkah-langkah yang dilakukan Imelda selanjutnya.

Imelda membagi data yang sudah berbentuk plot menjadi dua.

Kemudian Imelda menentukan mediannya sebagai berikut.

$$\text{Median} = \frac{59 + 59}{2} = 59$$

Jadi, median dari usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik adalah 59 tahun.

Berdasarkan apa yang telah kalian amati, apa perbedaan antara *mean*, median, dan modus? Manakah yang paling baik dalam menjelaskan suatu kumpulan data?

Buatlah pertanyaan lainnya terkait dengan median dan modus. Kemudian ajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru kalian.

Perhatikan kembali data berat badan 9 siswa laki-laki kelas VIII D SMP Ceria. Jika dalam kelas tersebut ditambahkan seorang siswa laki-laki dengan berat badan 51 kg, coba kamu urutkan kembali data berat badan 10 siswa laki-laki pada kelas tersebut.

Diskusikan dengan teman sebangkumu untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan di bawah ini.

1. Berapakah banyaknya data setelah ada penambahan 1 orang siswa yang masuk ke dalam data tersebut?
2. Setelah data diurutkan, menurutmu data keberapa yang terdapat pada posisi/ urutan paling tengah dari seluruh data yang ada?
3. Berapakah nilai median dari data tersebut?
4. Apakah banyaknya data tersebut termasuk ke dalam bilangan ganjil atau bilangan genap?
5. Menurutmu, adakah perbedaan cara dalam menentukan data yang terletak pada posisi tengah dari sekumpulan data berat badan siswa ketika sebelum ada penambahan data dengan setelah ada penambahan data? Jelaskan jawabanmu.

Untuk lebih memahami penerapan median dan modus, perhatikan beberapa contoh berikut.

Tentukan median dan modus pada skor 10 anak yang mengikuti babak semifinal lomba menyanyi berikut.

Perolehan Skor Menyanyi				
120	135	160	125	90
205	160	175	105	145

Untuk menyelesaikannya, kita harus mengurutkan terlebih dahulu data pada tabel. Setelah diurutkan dibagi menjadi dua bagian yang sama, sehingga diperoleh urutan sebagai berikut

$$90, 105, 120, 125, 135, 145, 160, 160, 175, 205$$

↓

Letak median

Karena banyak data genap, maka median adalah rata-rata data ke-5 dan ke-6,

$$\text{yaitu} = \frac{135 + 145}{2} = \frac{280}{2} = 140$$

90, 105, 120, 125, 135, 145, 160, 160, 175, 205

Modus: 160, karena 160 paling sering muncul.

Jadi, median dan modus dari skor lomba menyanyi berturut-turut adalah 140 dan 160.

Data di samping menunjukkan jenis film yang disukai siswa di kelas 8C. Tentukan modus dari data yang diberikan.

Untuk menyelesaikannya, kita bisa mengubah data tersebut dengan menggunakan *tally* (turus).

Jenis film	Turus	Frekuensi
Action	𝍸	5
Komedi	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
Drama	𝍸	4
Horor	𝍸 𝍷𝍷	7

Karena komedi mempunyai nilai frekuensi paling besar, maka modus dari data yang diberikan adalah film komedi.

Contoh 9.6

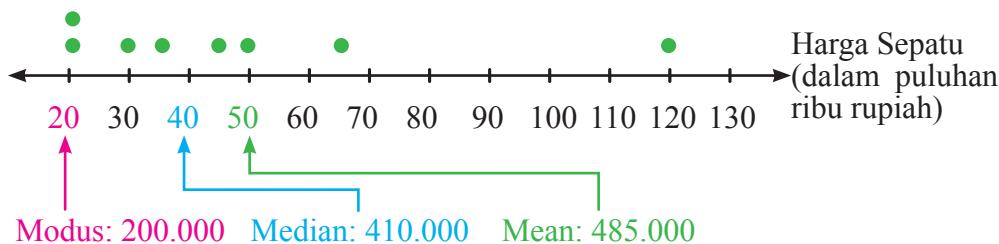
Tentukan *mean*, median, dan modus dari harga sepatu-sepatu di samping.

Alternatif Penyelesaian

Nilai *mean*, median, dan modus dari harga sepatu-sepatu di atas adalah sebagai berikut.

Mean:

$$= \frac{(20 + 48 + 122 + 31 + 37 + 65 + 45 + 20) \times 10.000}{8}$$

$$= \frac{388 \times 10.000}{8} = 485.000$$

Mean harga sepatu di atas adalah Rp.485.000,00.

Median adalah nilai yang letaknya di tengah setelah data diurutkan, yaitu 200.000, 200.000, 310.000, 370.000, 450.000, 480.000, 650.000, 1.220.000. Karena banyak data genap, maka median adalah rata-rata data ke-4 dan ke-5, yaitu

$$\frac{370.000 + 450.000}{2} = \frac{820.000}{2} = 410.000$$

Modus dari harga sepatu di atas adalah Rp.200.000,00, karena harga tersebut muncul dua kali dan yang lainnya muncul sekali.

Untuk masalah ini, median lebih sesuai untuk merepresentasikan data. Perhatikan bahwa modus kurang dari hampir seluruh data dan *mean* lebih dari hampir semua data.

Tentukan *mean*, median, dan modus data berikut.

Nilai	55	60	65	70	75	80	85
Frekuensi	5	7	6	6	5	9	7

$$\text{Mean} = \frac{(5\times 55)+(7\times 60)+(6\times 65)+(6\times 70)+(5\times 75)+(9\times 80)+(7\times 85)}{5+7+6+6+5+9+7}$$

$$= \frac{3.195}{45} = 71$$

Untuk menentukan median data di atas, kita akan kesulitan untuk mengurutkan data dari yang terkecil hingga data terbesar. Perhatikan terlebih dahulu jumlah frekuensi, yakni menyatakan banyak data.

Karena banyak data (jumlah frekuensi) ganjil, yakni 45, maka median terletak pada data yang ke-$\frac{45+1}{2}$ atau data ke-23. Data ke-23 adalah 70. Jadi, mediannya adalah 70.

Modus data adalah 80.

Berikut ini adalah data nilai ujian matematika 20 siswa kelas VIII E SMP Ceria:

60 80 90 70 80 80 80 90 100 100 70 60 50 70 90 80 70 60 80 90

1. Urutkan data di atas dari nilai terkecil sampai terbesar. Buatlah tabel yang menyatakan nilai ujian dan frekuensi siswa yang mendapatkan tiap-tiap nilai tersebut.
2. Hitunglah nilai *mean*, median, dan modus dari data di atas.
3. Jika nilai minimum kelulusan adalah 75, berapakah persentase siswa yang tidak lulus dalam ujian tersebut?

1. Berikut ini adalah hasil pengurutan data nilai ujian matematika 20 siswa kelas IX E SMP Ceria dari data dengan nilai terkecil sampai terbesar

   50 60 60 60 70 70 70 70 80 80 80 80 80 80 90 90 90 90 100 100

   Berikut adalah tabel yang menunjukkan nilai ujian matematika dan frekuensi siswa yang mendapatkan tiap-tiap nilai tersebut.

Nilai Ujian	Turus	Frekuensi
50	|	1
60	|||	3
70	||||	4
80	~~||||~~ |	6
90	||||	4
100	||	2

2. Untuk menghitung mean dari sekelompok data di atas, maka ikuti langkah-langkah di bawah ini.

Langkah 1: Kalikan nilai ujian dengan frekuensi masing-masing yang bersesuaian

Nilai Ujian	Frekuensi	Nilai Ujian × Frekuensi
50	1	50
60	3	180
70	4	280
80	6	480
90	4	360
100	2	200

Langkah 2: Jumlahkan seluruh data dengan cara menjumlahkan seluruh bilangan yang terdapat pada kolom 3 tabel di atas, diperoleh:

$50 + 180 + 280 + 480 + 360 + 200 = 1.550$

Langkah 3: Tentukan banyak data, dalam hal ini adalah banyaknya siswa, yaitu 20.

Langkah 4: Tentukan nilai *mean*/nilai rata-rata (disimbolkan dengan $\overline{x}$), yaitu dengan cara membagi jumlah keseluruhan data dengan banyaknya data keseluruhan.

$$\overline{x} = \frac{\text{jumlah nilai seluruh data}}{\text{banyak data}} = \frac{1.550}{20} = 77{,}5$$

Jadi, *mean* untuk data di atas adalah 77,5.

Untuk menghitung median adalah dengan cara mencari data yang berada pada posisi paling tengah dari suatu data yang telah terurut. Untuk data nilai ujian matematika siswa di atas, maka dari hasil pengurutan akan dicari data yang terdapat pada posisi paling tengah. Dengan jumlah data adalah 20, maka nilai mediannya adalah rata-rata dari dua data yang terletak pada posisi paling tengah. Dalam hal ini merupakan rata-rata dari data ke-10 dan ke-11.

50 60 60 60 70 70 70 70 80 (80) ↓ (80) 80 80 80 90 90 90 90 100 100

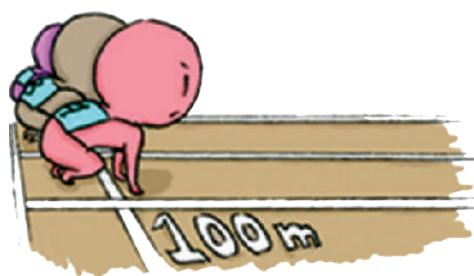
Maka mediannya adalah rata-rata dari 80 dan 80. Jadi,

$$\text{Median} = \frac{80 + 80}{2} = 80$$

Jadi, median untuk data di atas adalah 80.

Nilai modus dari data di atas dapat dilihat dari nilai ujian yang memiliki frekuensi terbanyak. Dalam data tersebut, nilai modusnya adalah 80. Jadi, modus untuk data di atas adalah 80.

3. Jika nilai minimum kelulusan adalah 75, maka terdapat 8 siswa yang tidak lulus, yaitu siswa yang memiliki nilai antara 50 sampai dengan 70.

   Persentase siswa yang tidak lulus adalah $\frac{8}{20} = 100\% = 40\%$.

1. Suatu data memiliki *mean* 7, median 5, dan modus 8. Bilangan manakah di antara 7, 5, dan 8 yang ***pasti*** terdapat dalam data? Jelaskan alasanmu.

2. Dari kegiatan yang telah kamu lakukan baik pada fitur **Ayo Kita Mengamati** maupun **Ayo Kita Menggali Informasi**, apa yang kalian ketahui tentang median dan modus?
3. Bagaimana cara kalian menentukan median dari suatu kumpulan data jika banyaknya data adalah bilangan ganjil? Bagaimana menentukan median dari suatu kumpulan data jika banyaknya data adalah bilangan genap?
4. Perhatikan masalah berikut.

   Untuk persiapan lomba lari 100 m tingkat kota, SMP Ceria melakukan pelatihan selama 6 bulan dengan tiga kandidat. Berikut adalah data waktu yang diperlukan oleh tiap-tiap kandidat untuk menempuh jarak 100 meter pada tiap-tiap akhir bulan pelatihan yang dicatat oleh tim pelatih (dalam detik).

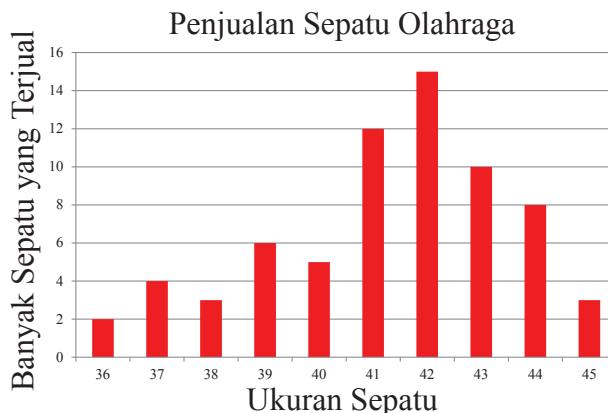
	Jan	**Feb**	**Mar**	**Apr**	**Mei**	**Jun**
Andro	15,23	15,14	15,24	14,55	14,30	14,10
Bisma	14,30	14,55	15,01	14,20	14,25	14,09
Charlie	14,05	14,10	14,15	14,12	14,25	14,20

   Dari data waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak 100 meter oleh tiap-tiap kandidat, tim pelatih ditugaskan untuk menentukan satu orang kandidat yang berhak mewakili sekolah dalam lomba lari tingkat kota. Menurutmu bagaimana cara tim pelatih menentukan pilihannya? Hubungkan dengan materi *mean*, median, dan modus yang telah kamu dapatkan sebelumnya.

Diskusikan dengan teman sebangkumu permasalahan ini. Tuliskan hasilnya secara rapi dan jelas. Paparkan jawabanmu di depan teman-teman sekelasmu.

1. Sebuah data hasil ulangan harian matematika kelas IX A menunjukkan: delapan siswa mendapat nilai 95, enam siswa mendapat nilai 85, sepuluh siswa mendapat nilai 80, sembilan siswa mendapat nilai 70, dan tujuh siswa mendapat nilai 65. Tentukan rata-rata nilai ulangan harian matematika di kelas tersebut.

2. Perhatikan dua data berikut ini.
   Data X: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 12
   Data Y: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 16
   a. Dapatkan *mean*, median, dan modus untuk tiap-tiap data X dan Y. (Untuk *mean*, bulatkan nilainya sampai dua tempat desimal).
   b. Jelaskan, mengapa *mean* dari data Y lebih besar daripada *mean* dari data X.
   c. Jelaskan, mengapa median dari data X sama dengan median dari data Y.

3. Tabel berikut menunjukkan data pendapatan hasil panen sayur A dan B di Desa Sukamakmur.

   a. Berapa total pendapatan panen sayur A dan B masing-masing selama 4 bulan?
   b. Berapa total pendapatan hasil panen seluruhnya dari kedua sayur selama 4 bulan tersebut?
   c. Pada bulan apa terdapat selisih pendapatan terbesar dari panen sayur A dan B?

d. Berapa rata-rata pendapatan dari panen sayur A dan B masing-masing selama 4 bulan?
e. Mengacu pada pendapatan rata-rata dari panen sayur A dan B selama 4 bulan tersebut, menurutmu sayur apa yang sebaiknya disediakan lebih banyak pada bulan November? Jelaskan.
f. Berapa median dari pendapatan panen sayur A dan B masing-masing selama 4 bulan?
g. Berapa banyak pendapatan dari panen sayur B yang harus diusahakan pada bulan November agar rata-rata pendapatan hasil panen sayur B selama bulan Juli sampai November menjadi Rp800.000,00?

4. Data berikut menunjukkan tinggi badan 20 siswa kelas 8 SMP Ceria.

   154 153 159 165 152 149 154 151 157 158

   154 156 157 162 168 150 153 156 160 154

   a. Urutkan data di atas dari nilai terkecil sampai terbesar.
   b. Hitunglah *mean*, median, dan modus dari data di atas.

5. Pada kelas VIII C SMP Ceria, rata-rata nilai matematika siswa perempuan adalah 72 dan rata-rata nilai siswa laki-laki adalah 77. Jika rata-rata nilai matematika seluruh siswa di kelas tersebut adalah 74, tentukan perbandingan banyaknya siswa perempuan terhadap siswa laki-laki di kelas tersebut.

6. Nilai rata-rata ujian matematika di suatu kelas adalah 72. Nilai rata-rata siswa putra adalah 75 dan nilai rata-rata siswa putri adalah 70. Jika banyaknya siswa putri 6 lebih banyak dari siswa putra, berapa banyaknya siswa di kelas tersebut?

7. Tabel berikut ini menunjukkan data nilai ujian IPA siswa kelas VIII C.

   a. Ketua kelas VIII C mengatakan bahwa nilai rata-rata ujian IPA kelas VIII C adalah 7, karena banyak siswa yang mendapatkan nilai tersebut. Apakah pernyataan ketua kelas tersebut benar? Jelaskan jawabanmu.

Nilai	**Frekuensi**
5	3
6	4
7	10
8	7
9	4
10	2

b. Berapakah median dan modus data tersebut?

c. Seorang siswa dinyatakan lulus dalam ujian tersebut jika mendapatkan nilai lebih dari atau sama dengan 6. Berapa persen siswa yang tidak lulus di kelas VIII C?

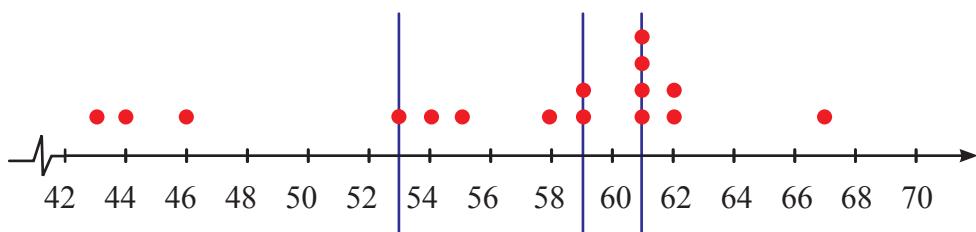
8. Andi, Budi, Charli, dan Dedi adalah teman sepermainan. Rata-rata berat badan Andi dan Budi adalah 55 kg. Rata-rata berat badan Budi dan Charli adalah 70. Rata-rata berat badan Charli dan Dedi adalah 75. Berapakah rata-rata berat badan Andi dan Dedi?

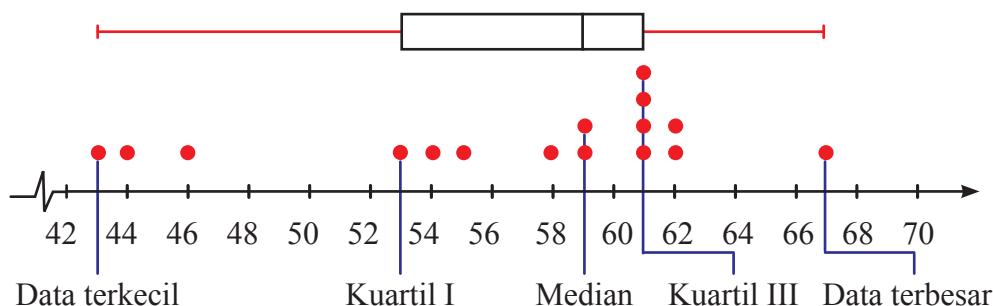
9. Rata-rata dari dua puluh tiga bilangan asli yang berurutan adalah 133. Berapakah rata-rata dari tujuh bilangan yang pertama?

10. Diagram berikut menunjukkan banyaknya sepatu olahraga yang terjual di Toko Sepatu Mantap Jaya pada bulan Agustus berdasarkan ukuran. Pemilik toko mengatakan bahwa sepatu olahraga yang terjual rata-rata adalah ukuran 42.

a. Dapatkan *mean*, median, dan modus dari data di atas. (untuk *mean* bulatkan sampai nilai satuan terdekat)

b. Apakah pernyataan pemilik toko tersebut benar? Jika salah, coba kamu betulkan pernyataan pemilik toko tersebut.

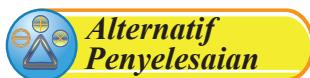
c. Pada bulan September, pemilik toko ingin menambah stok sepatu olahraga ukuran tertentu yang paling banyak terjual pada bulan sebelumnya, akan tetapi ia belum dapat menentukannya. Dengan menggunakan hasil yang telah kamu dapatkan pada poin a, perhitungan manakah yang dapat membantu pemilik toko dalam menyelesaikan permasalahan tersebut? Apakah *mean*, median, atau modus? Jelaskan jawabanmu.

Menentukan Ukuran Penyebaran Data

Ketika membagikan hasil ulangan harian, mungkin kalian sering mendengar guru kalian berkata, “Nilai ulangan kalian antara 65 hingga 95.” atau “banyak dari kalian yang memperoleh nilai di atas KKM.” Menurut kalian, apa maksud dari pernyataan pertama? Maksudnya adalah nilai ulangan paling rendah adalah 65 dan nilai tinggi adalah 95. Selisih keduanya dinamakan jangkauan.

Jangkauan adalah salah satu ukuran penyebaran data. Selain jangkauan, terdapat kuartil. Untuk mengetahui bagaimana cara menentukan ukuran penyebaran data, pelajari **Kegiatan 9.4** berikut.

Perhatikan kembali tabel usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali menjabat. Kalian bisa membagi usia presiden dan wakil presiden menjadi empat kelompok. Kalian bisa dengan mudah membaginya dengan menggunakan plot seperti berikut.

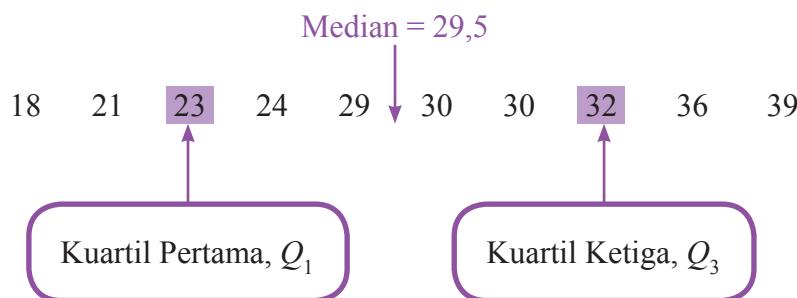
Dari gambar plot di atas, kemudian kalian bisa membentuknya menjadi seperti berikut.

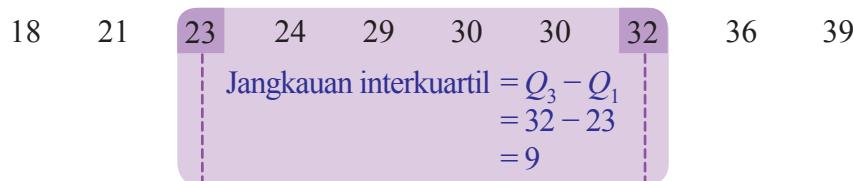
Berdasarkan diagram di atas, kalian akan mengetahui presiden dan wakil presiden termuda saat pertama kali dilantik. Jangkauan dari data usia presiden dan wakil presiden adalah 24.

Bagaimanakah diagram di atas membantu kita untuk menyajikan suatu data? Bagaimanakah menentukan jangkauan dari suatu data? Bagaimana cara menentukan letak kuartil I dan kuartil III? Bagaimana menentukan letak kuartil jika data yang diberikan berupa tabel frekuensi?

Buatlah pertanyaan yang terkait dengan diagram di atas, kemudian ajukan pertanyaan yang telah kalian buat kepada guru kalian.

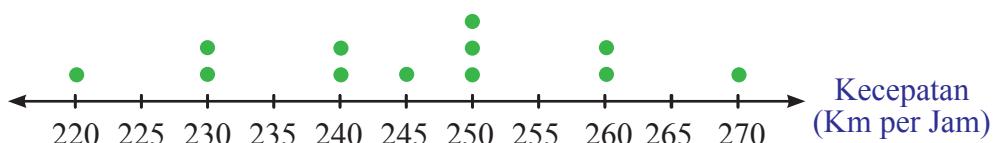
Penyebaran data merupakan ukuran yang menjelaskan distribusi dari suatu kumpulan data. Ukuran penyebaran data antara lain **jangkauan, kuartil bawah (kuartil I), kuartil tengah (median), dan kuartil atas (kuartil III)**. Untuk lebih memahami ukuran penyebaran data, perhatikan contoh berikut.

Tabel di samping menunjukkan panjang beberapa ular sanca (*python*). Tentukan jangkauan dari panjang ular sanca.

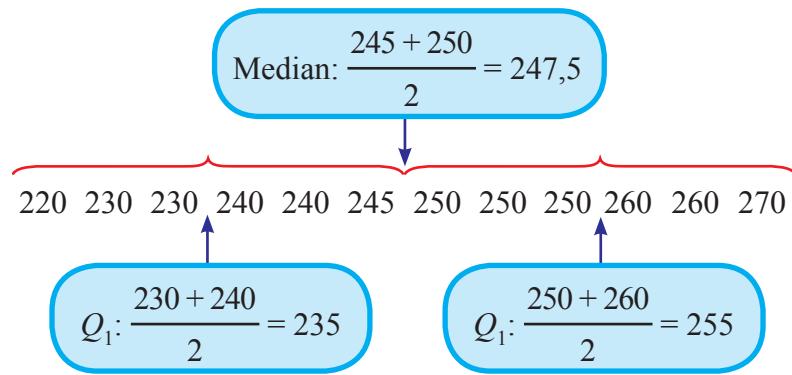
Panjang (kaki)	
18,5	8
11	10
14	15,5
12,5	6,25
16,25	5

Untuk menentukan nilai terkecil dan terbesar, urutkan data terlebih dahulu dari data yang terkecil ke yang terbesar.

5, 6,25, 8, 10, 11, 12,5, 14, 15,5, 16,25, 18,5

Nilai terkecil adalah 5. Nilai terbesar adalah 18,5.

Jadi, jangkauan dari panjang ular sanca adalah 18,5 – 5 = 13,5 kaki.

Kuartil dari kumpulan data membagi data menjadi empat bagian yang sama. Ingat bahwa median (kuartil II) membagi data menjadi dua bagian yang sama.

Selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah disebut **jangkauan interkuartil**. Jangkauan interkuartil ini juga merupakan salah satu ukuran penyebaran data.

18 21 23 24 29 30 30 32 36 39

$$\text{Jangkauan interkuartil} = Q_3 - Q_1 = 32 - 23 = 9$$

Plot berikut menunjukkan kecepatan 12 mobil balap. Tentukan jangkauan interkuartil dari data yang diberikan.

220 225 230 235 240 245 250 255 260 265 270

Kecepatan (Km per Jam)

Untuk menentukan ukuran pemusatan data, terlebih dahulu kita urutkan kecepatan mobil balap dari yang paling lambat ke mobil yang paling cepat.

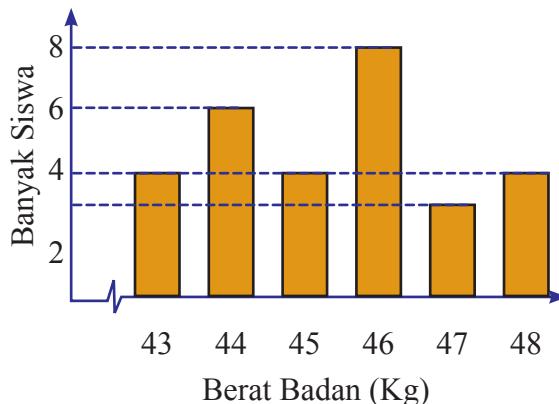
Jadi, jangkauan interkuartil adalah 255 – 235 = 20.

Untuk menentukan kuartil dari suatu data yang disajikan dalam tabel frekuensi, kita akan mengalami kesulitan. Namun, perhatikan bahwa kuartil membagi suatu data menjadi empat bagian yang sama. Perhatikan contoh berikut untuk mengetahui bagaimana menentukan kuartil untuk data yang disajikan dalam tabel frekuensi.

1. Terdapat dua kumpulan data yang memiliki jangkauan sama. Dapatkah kalian menduga bahwa jangkauan interkuartil dua kumpulan data tersebut juga sama? Berikan sebuah contoh dan periksa kebenarannya.
2. Jika suatu kumpulan data tidak memiliki modus, ukuran penyebaran data manakah yang lebih besar? Jangkauan atau jangkauan interkuartil? Jelaskan alasan kalian.
3. Beberapa contoh di atas telah menyajikan cara menentukan kuartil bawah dan kuartil atas dari data yang disajikan dengan mendaftar. Jelaskan cara kalian menentukan ukuran penyebaran dari data yang disajikan dengan menggunakan tabel frekuensi.

Diskusikan pertanyaan pada fitur **Ayo Kita Bernalar** dengan teman sebangkumu. Tuliskan hasilnya secara rapi dan jelas. Paparkan jawabanmu di depan teman sekelasmu.

1. Untuk nomor a dan b, tentukan nilai dari jangkauan, kuartil atas, kuartil tengah, kuartil bawah, dan jangkauan interkuartil dari data berikut.

   a. Tekanan darah seorang pasien di rumah sakit dicatat seperti berikut (dalam mmHg).

180	160	175	150	176	130	174	125	178
124	120	180	165	120	166	120	126	180

   b. Lama pembicaraan melalui telepon yang dilakukan seorang sekretaris (dinyatakan dalam menit) sebagai berikut.

8	12	4	10	35	12	6	17	10	18
8	25	12	6	15	16	14	22	9	7
14	25	11	5	23	12	24	15	16	18

2. Kecepatan motor yang melintasi Jalan Merdeka selama 1 menit (dinyatakan dalam km per jam) dicatat dan disajikan dalam tabel berikut.

Kecepatan	40	50	60	70	80	90
Frekuensi	2	6	8	8	5	3

   Tentukan median, jangkauan, dan jangkauan interkuartil dari kecepatan motor yang melintasi Jalan Merdeka di atas.

3. Berikut disajikan berat badan siswa kelas VIII D.

   Tentukan median, kuartil atas dan kuarti bawah, serta jangkauan dari data di atas.

4. Tabel berikut menunjukkan usia para kontestan untuk dua kelompok di ajang kompetisi menyanyi.

   Tentukan *mean*, median, jangkauan, dan jangkauan interkuartil dari usia setiap grup kontestan. Kemudian bandingkan hasilnya.

Usia Kontestan Grup A	
18	17
15	21
22	16
18	28
24	21

Usia Kontestan Grup B	
21	20
23	13
15	18
17	22
36	25

5. ***Open-Ended*** Buatlah kumpulan data dengan 7 nilai yang memiliki *mean* 30, median 26, jangkauan 50, dan jangkauan interkuartil 36.

Lakukan survei tentang perilaku menonton TV seluruh siswa di kelasmu. Ikuti langkah-langkah kegiatan di bawah ini.

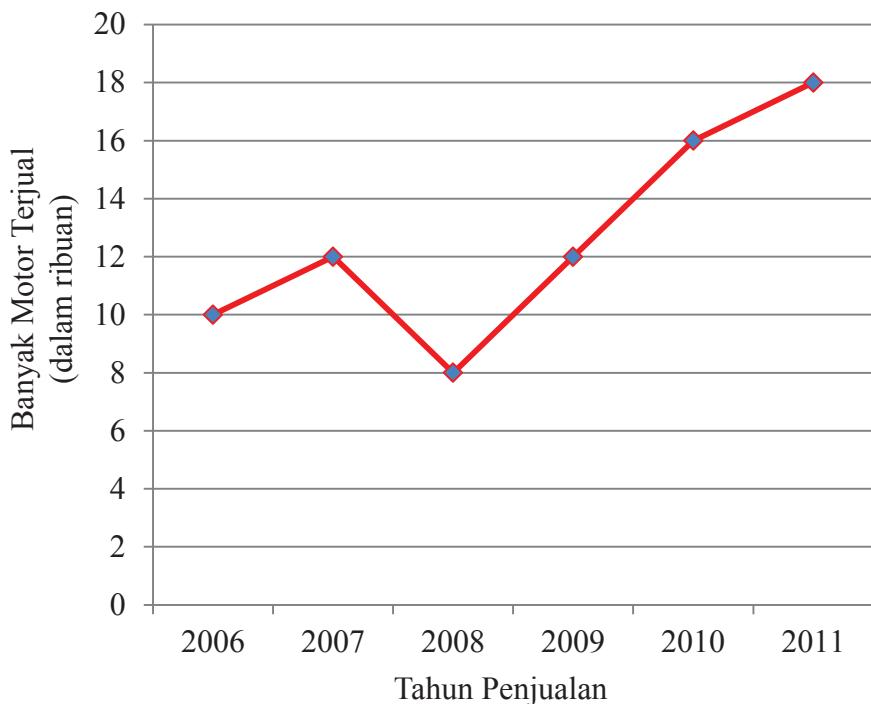
1. Coba kamu buat survei jenis-jenis program TV favorit seluruh siswa di kelasmu. Sebelum itu tentukan terlebih dahulu jenis-jenis program TV favorit. Tiap-tiap siswa hanya diperbolehkan memilih satu jenis program TV favoritnya. Data jenis program TV favorit siswa disebut dengan data 1.
2. Berikutnya lakukan survei mengenai berapa lama tiap-tiap siswa menonton TV setiap harinya (dalam jam). Data lamanya siswa menonton TV setiap harinya disebut dengan data 2.
3. Selanjutnya lakukan survei mengenai berapa lama siswa belajar mandiri di luar jam sekolah setiap harinya (dalam jam). Data lamanya siswa belajar mandiri di luar jam sekolah setiap harinya disebut dengan data 3.
4. Buatlah tabel untuk menyajikan data 1, data 2, dan data 3 masing-masing.
5. Buatlah diagram yang paling efektif untuk menyajikan data 1, data 2, dan 3 masing-masing.
6. Hitung *mean*, median, dan modus data 2 dan data 3.
7. Apa yang dapat kamu simpulkan terkait dengan *mean* data 2 dan *mean* data 3? Manakah yang lebih besar nilainya?
8. Berikan masukan dan saran kepada teman-teman sekelasmu tentang perilaku menonton TV.
9. Tuliskan secara rapi dan ceritakan kepada teman-temanmu di depan kelas.

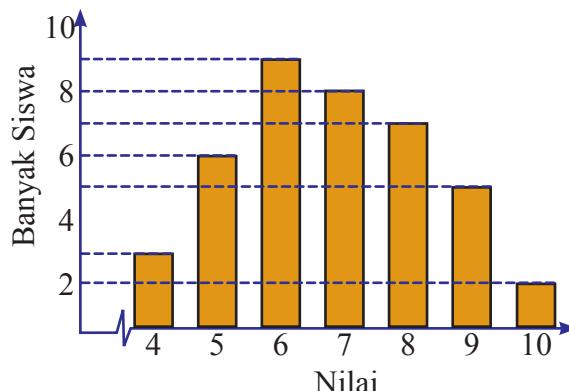
Dalam kegiatan di Bab 9 ini, kalian telah mengamati hingga menggali informasi dari semua jenis ukuran pemusatan dan penyebaran data. Kalian telah mempelajari ukuran pemusatan data, *mean* (rata-rata), median, dan modus. Kalian juga telah menentukan mana di antara ketiganya yang paling cocok sebagai representasi dari suatu kumpulan data. Selain itu, kalian juga mempelajari ukuran penyebaran data, yakni jangkauan, kuartil, dan jangkauan interkuartil, serta cara menentukan letak dan nilai ketiga ukuran tersebut. Pertanyaan berikut dapat membantu kalian untuk merangkum materi yang telah kalian pelajari di bab ini.

1. Bagaimana cara yang kalian gunakan untuk menentukan mean?
2. Apa makna modus dan median dari distribusi suatu data?
3. Dapatkah modus dan median dari suatu kumpulan data memiliki nilai yang sama atau berbeda? Jelaskan.
4. Apa yang kalian ketahui tentang jangkauan dari data?
5. Kalian menggunakan tiga ukuran pemusatan data, yakni modus, median, dan *mean*.
   a. Mengapa ketiga ukuran tersebut dinamakan "ukuran pemusatan data"?
   b. Menyatakan apakah ketiga ukuran tersebut dari suatu kumpulan data?
   c. Mengapa kalian menggunakan median untuk merepresentasikan suatu data daripada *mean*?
6. Mengapa kalian menggunakan jangkauan untuk mendeskripsikan data?
7. Apa yang kalian ketahui tentang kuartil dan jangkauan interkuartil?
8. Bagaimana cara kalian menentukan letak kuartil dari suatu kumpulan data?
9. Apakah mungkin bahwa nilai dari salah satu kuartil sama dengan nilai dari mean suatu data? Jelaskan.

- ***Mean*** suatu data adalah jumlah seluruh data dibagi oleh banyaknya data. *Mean* dirumuskan sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{\text{jumlah data}}{\text{banyak data}}$$

- **Modus** adalah nilai yang paling sering muncul dari suatu kumpulan data.
- **Median** adalah nilai tengah suatu kumpulan data yang telah diurutkan.
- **Jangkauan** suatu kumpulan data adalah selisih nilai terbesar dan nilai terkecil dari kumpulan data tersebut.
- **Kuartil** terdiri atas tiga macam, yaitu kuartil bawah (Q_1), kuartil tengah (median, Q_2) dan kuartil atas (Q_3).

A. *Pilihan Ganda*

1. Diagram berikut menunjukkan data penjualan di suatu perusahaan motor.

Pada tahun berapakah terjadi kenaikan penjualan motor sebesar 20%?

A. 2007 C. 2010
B. 2009 D. 2011

2. Diberikan data yang sudah terurut sebagai berikut.

$14, \quad 16, \quad 18, \quad x - 3, \quad 20, \quad 22, \quad x + 2$

Median dari data tersebut adalah 19. Berapakah nilai x?

A. 19 C. 21
B. 20 D. 22

3. Berikut ini diagram nilai ulangan matematika siswa kelas VIII A.

Median dari nilai ulangan matematika siswa kelas VIII A adalah ....

A. 6,5 C. 7,5

B. 7 D. 8

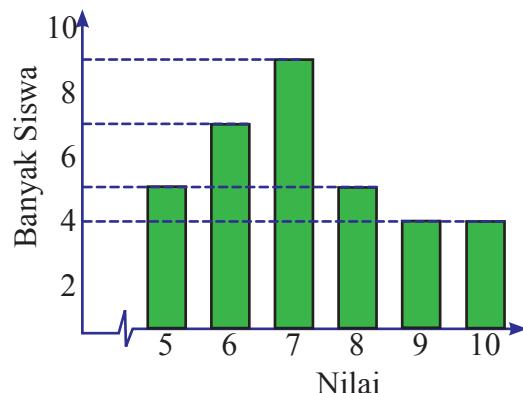
4. Data berat badan (dalam kg) sekelompok balita di Posyandu Kasih Bunda sebagai berikut.

16	19	20	21	19	16	21	16
17	20	16	20	17	16	21	17
18	18	18	16	16	19	19	20
20	21	17	18	18	20	16	19

Modus data di atas adalah ....

A. 16 C. 19

B. 18 D. 20

5. Perhatikan tabel berikut.

Nilai	4	5	6	7	8	9	10
Banyak Siswa	2	4	5	5	9	3	4

Median data di atas adalah ....

A. 6,5 C. 7,5

B. 7,0 D. 8,0

6. Rata-rata lima belas bilangan adalah 49,4. Rata-rata lima bilangan pertama adalah 55. Rata-rata enam bilangan terakhir adalah 45. Rata-rata empat bilangan yang lain adalah ....

   A. 46 C. 48

   B. 47 D. 49

7. Suatu kelas terdiri atas 30 siswa baru saja mengikuti tes tulis. Jika 20 siswa mendapat nilai 80, 8 siswa mendapat nilai 90, dan 2 siswa mendapat nilai 100, berapakah rata-rata nilai kelas pada tes tulis ini?

   A. 82 C. 86

   B. 84 D. 88

8. Rata-rata berat badan dari 200 ikan hasil tangkapan di laut lepas adalah 50 kg. Pada saat diperiksa ulang, ternyata terdapat kesalahan tulis yaitu 92 dan 8 berturut-turut seharusnya adalah 192 dan 88. Rataan yang benar adalah ....

   A. 50,9 C. 55,9

   B. 53,9 D. 59,9

9. Diketahui data nilai ulangan Matematika dari 15 orang siswa sebagai berikut.

   7, 5, 4, 6, 5, 7, 8, 6, 4, 4, 5, 9, 5, 6, 4

   Banyak siswa yang nilainya di atas rata-rata adalah .... siswa.

   A. 4 C. 6

   B. 5 D. 7

10. Nilai rata-rata ulangan Matematika dari suatu kelas adalah 7. Apabila dua siswa yang baru mengikuti ulangan susulan yang nilainya 4 dan 6 digabungkan, maka nilai rata-rata kelas itu turun 0,1. Banyak siswa semula adalah ....

    A. 36 C. 40

    B. 38 D. 42

11. *Mean* dari empat bilangan bulat: 4, a, b, dan 5 sama dengan median data tersebut, yaitu 6. Selisih bilangan terbesar dan terkecil sama dengan ....

    A. 2 C. 4

    B. 3 D. 5

12. Dari 10 data pengamatan diketahui bahwa median adalah dua lebihnya dari jangkauan. Bila semua data dikalikan dua kemudian dikurangi 3, maka jumlah dari median dan jangkauan menjadi 21. Jangkauan data mula-mula adalah ....

    A. 3   C. 5

    B. 4   D. 6

13. Kuartil bawah dari data 12, 13, 11, 6, 4, 9, 3, 7, 6, 5, 9, adalah ....

    A. 4   C. 6

    B. 5   D. 7

14. Diberikan diagram nilai ulangan Matematika siswa kelas VIII C seperti berikut.

    Kuartil atas dari data di atas adalah ....

    A. 6,25   C. 8,25

    B. 7,5   D. 9,5

15. Tabel berikut ini menunjukkan lama tidur di waktu malam (dalam jam) beberapa siswa kelas VIII.

Lama tidur (jam)	4	5	6	7	8
Frekuensi	1	2	3	2	2

    Dari tabel di atas, diperoleh informasi sebagai berikut.

    (1) Median = 6

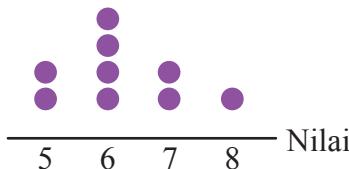
    (2) $Q_1 = 5$

    (3) $Q_3 = 7,5$

Pernyataan yang benar adalah ....

A. (1) dan (2)
B. (1) dan (3)
C. (2) dan (3)
D. (1), (2), dan (3)

16. Simpangan kuartil dari 7, 4, 5, 6, 7, 5, 4, 7, 8, 9, 6 adalah ....

A. 1
B. 2
C. 2,5
D. 3

17. Diketahui data sebagai berikut.

4, 5, 5, 7, 3, 2, 4, 6, 7, 4

Pernyataan berikut yang salah adalah ....

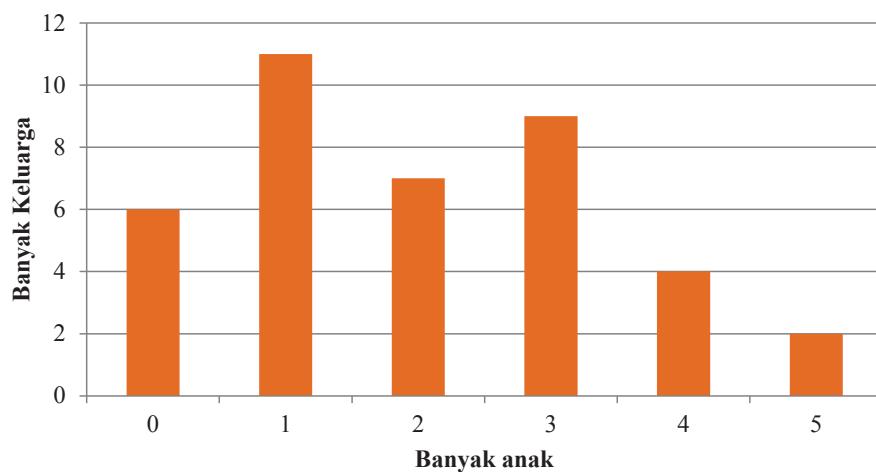
A. Modus = 4
B. Median = 5
C. *Mean* = 4,7
D. $Q_3 = 6$

18. Diagram berikut menunjukkan nilai ulangan susulan mata pelajaran IPS beberapa siswa kelas VIII.

Dari diagram di atas, nilai *mean* + median + modus = ...

A. 4
B. $5\frac{7}{9}$
C. $6\frac{4}{5}$
D. 8

19. Tabel di bawah menunjukkan usia 20 anak di suatu kelas, 2 tahun yang lalu. Bila pada tahun ini tiga orang yang berusia 7 tahun dan seorang yang berusia 8 tahun pindah sekolah, maka usia rata-rata 16 orang yang masih tinggal pada saat ini adalah ... tahun.

A. 7
B. $8\frac{1}{2}$
C. $8\frac{4}{3}$
D. 9

Usia	Frekuensi
5	3
6	5
7	8
8	4

20. Dari 50 siswa terdapat 20 siswa yang mendapat nilai kurang dari 45 dan 10 siswa mendapat nilai lebih dari 76. Bila nilai yang dapat dicapai adalah bilangan bulat dari 0 sampai 100, maka nilai rata-rata 50 siswa tersebut tidak mungkin sama dengan ....

    A. 43
    B. 50
    C. 65
    D. 73

B. Esai

1. Diagram batang di bawah ini menunjukkan data banyak anak pada tiap-tiap keluarga di lingkungan RT 5 RW 1 Kelurahan Sukajadi. Sumbu horizontal menunjukkan data banyak anak pada tiap-tiap keluarga, sedangkan sumbu vertikal menyatakan banyaknya keluarga yang memiliki anak dengan jumlah antara 0 sampai dengan 5.

Banyak Anak pada Tiap-tiap Keluarga di Lingkungan RT 5 RW 1 Kelurahan Sukajadi

    a. Tentukan total banyaknya keluarga dan banyak anak dalam lingkungan tersebut.
    b. Berapa jumlah keluarga yang mempunyai anak lebih dari 2?
    c. Berapa persentase keluarga yang tidak mempunyai anak?
    d. Berapa rata-rata banyak anak pada setiap keluarga?
    e. Berapa median dan modus dari data tersebut?
    f. Tentukan jangkauan, kuartil atas, kuartil bawah, dan jangkauan interkuartil dari data di atas.

g. Dalam catatan Pak RT, rata-rata banyak anak pada tiap keluarga menjadi 3 sesudah ada dua puluh keluarga pendatang yang masuk ke dalam lingkungan tersebut. Berapa rata-rata banyak anak pada kedua puluh keluarga pendatang tersebut?

h. Jika terdapat lima keluarga pendatang dan setiap keluarga tersebut memiliki 2 anak, apakah ada perubahan pada *mean*, median, dan modus? Jika ada, tentukan *mean*, median, dan modus yang baru.

2. Jumlah siswa laki-laki kelas IX A SMP Ceria adalah 16 orang dengan berat badan rata-rata adalah 50 kg. Jelaskan secara singkat langkah-langkah untuk mengukur berat badan ke-16 siswa tersebut.

3. Pak Tono memiliki kebun mangga sebanyak 36 pohon, rata-rata panen dari tahun 2013-2017 adalah 373 kg. Tentukan nilai x.

Tahun	2013	2014	2015	2016	2017
Jumlah (kg)	432	330	x	397	365

4. Terdapat 8 bilangan dengan rata-rata 18. Enam bilangan di antaranya adalah 16, 17, 19, 20, 21, dan 14. Sisa dua angka bila dijumlahkan sama dengan $2x$. Berapakah nilai x?

5. Winda telah mengikuti beberapa kali ujian matematika. Jika Winda memperoleh nilai 94 pada ujian yang akan datang, nilai rata-rata seluruh ujian matematikanya adalah 89. Tetapi jika ia memperoleh nilai 79 maka nilai rata-rata seluruh ujian matematikanya adalah 86. Dari informasi tersebut, berapa banyak ujian yang telah diikuti oleh Winda sebelumnya?

6. Diketahui data nilai ujian akhir semester siswa kelas VIII A SMP Ceria di bawah ini.

Nilai	6	7	8	9	10
Frekuensi	4	8	n	2	2

Jika nilai ujian akhir semester siswa di kelas tersebut memiliki nilai rata-rata 7,5, tentukan nilai mediannya.

7. Kelas VIII A SMP Ceria memiliki siswa sebanyak 32 orang. Pada Ujian Tengah Semester diketahui nilai rata-rata pada mata pelajaran matematika adalah 75, sedangkan nilai rata rata pada mata pelajaran IPA adalah 62,4. Pada kelas VIII D, rata-rata nilai matematika yang diperoleh adalah 71,6. Jika nilai rata-rata gabungan kelas VIII A dan kelas VIII D untuk mata pelajaran matematika dan IPA masing-masing adalah 73,2 dan 66, tentukan nilai rata-rata mata pelajaran IPA untuk kelas VIII D.

8. Data berikut menunjukkan hasil Ujian Akhir Semester mata pelajaran IPA kelas VIII.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	21	15	20	16	8	5

Jika pihak sekolah memberlakukan aturan bahwa siswa yang memiliki nilai Ujian Akhir Semester lebih dari atau sama dengan nilai rata-rata akan diluluskan, dan siswa yang memiliki nilai di bawah nilai rata-rata tidak lulus, tentukan persentase banyak siswa yang tidak lulus pada Ujian Akhir Sekolah untuk mata pelajaran IPA tersebut (Bulatkan sampai dua tempat desimal).

9. Perbandingan jumlah perempuan dan laki-laki dalam satu kelas adalah 3 : 2 dan jumlah perempuan ada 12. Tentukan rata-rata berat badan laki-laki jika total berat siswa laki-laki adalah 424.

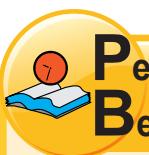
10. Tabel di samping menunjukkan keuntungan setiap bulan dari Restoran Memang Enak selama satu tahun (dalam juta rupiah).
    a. Berapakah keuntungan terendah dan tertinggi?
    b. Hitunglah nilai kuartil atas dan kuartil bawah dari keuntungan restoran tersebut.

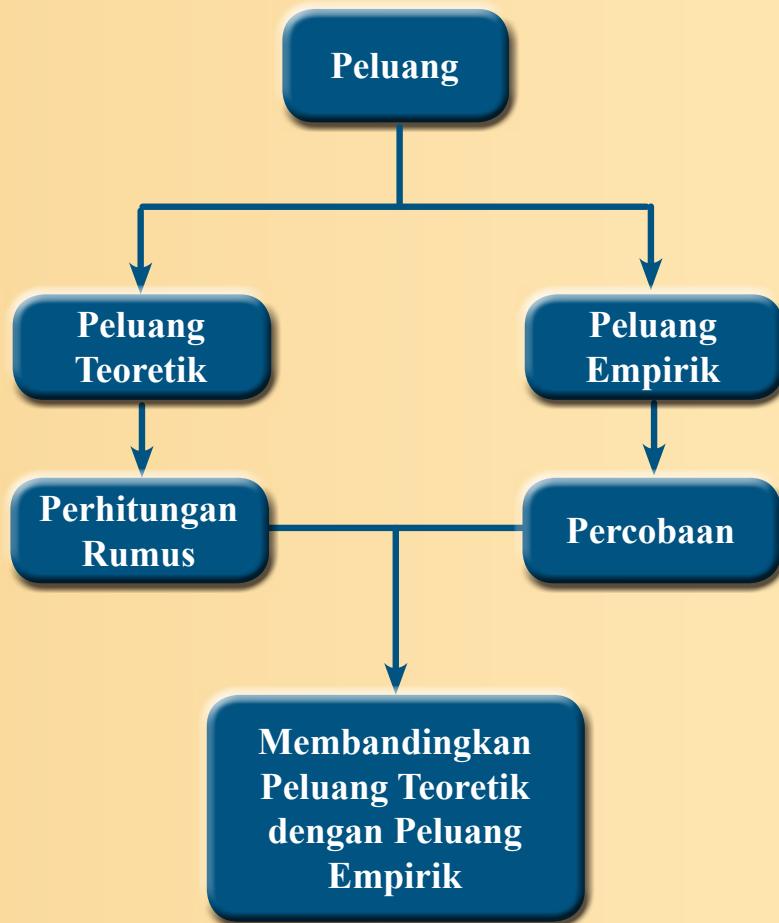
Bulan ke-	**Keuntungan**
1	20
2	22
3	17
4	16
5	16
6	15
7	18
8	20
9	21
10	20
11	22
12	23

Bab 10

Peluang

Teori peluang awalnya lahir dari masalah peluang memenangkan permainan judi. Dalam perkembangannya teori peluang menjadi cabang dari ilmu matematika yang digunakan sacara luas. Teori peluang banyak digunakan dalam dunia bisnis, meteorologi, sains, industri, politik, dan lain-lain.

Perusahaan asuransi jiwa menggunakan peluang untuk menaksir berapa lama seseorang mungkin hidup. Dokter menggunakan peluang untuk memprediksi besar-kecilnya kesuksesan suatu metode pengobatan. Ahli meteorologi menggunakan peluang untuk memperkirakan kondisi cuaca. Dalam dunia politik teori peluang juga digunakan untuk memprediksi hasil-hasil sebelum pemilihan umum. Peluang juga digunakan PLN untuk merencanakan pengembangan sistem pembangkit listrik dalam menghadapi perkembangan beban listrik di masa depan.

Kata Kunci

- *Peluang*
- *Peluang empirik*
- *Peluang teoretik*

Kompetensi Dasar

3.11 Menjelaskan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan.

4.11 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan.

Pengalaman Belajar

1. Melakukan suatu percobaan untuk menentukan peluang empirik.
2. Menentukan ruang sampel dari suatu eksperimen.
3. Menentukan titik sampel yang memenuhi suatu kejadian.
4. Menganalisis keterkaitan antara peluang empirik dengan peluang teoretik.

Peta Konsep
Peluang
Peluang Teoretik
Peluang Empirik
Perhitungan Rumus
Percobaan
Membandingkan Peluang Teoretik dengan Peluang Empirik

Blaise Pascal
(1623-1662 M)

Blaise Pascal lahir pada tanggal 19 Juni 1623 di Prancis. Dia lahir di keluarga kaya raya. Ayahnya adalah penasehat kerajaan yang kemudian diangkat sebagai presiden organisasi *the Court of Aids* di kota Clermont. Sejak usia empat tahun Pascal telah kehilangan ibunya. Pascal dikenal sebagai seorang anak yang cerdas walaupun ia tidak menempuh pendidikan di sekolah formal. Di usia 12 tahun, ia sudah bisa menciptakan sebuah mesin penghitung untuk membantu pekerjaan ayahnya. Karya-karyanya terus bertambah mulai dari merancang bangunan segienam (*hexagram*), menemukan prinsip kerja barometer, sistem kerja arloji, hingga ikut terlibat dalam pembuatan sistem transportasi bawah tanah kota Paris.

Blaise Pascal banyak menuliskan karya di bidang matematika, di antaranya adalah teori peluang. Teori peluang awalnya diinspirasi oleh masalah perjudian. Pada tahun 1654, seorang penjudi yang bernama *Chevalier de Mere* menemukan masalah tentang perjudian. Ketika Chevalier kalah dalam berjudi dia meminta *Pascal* untuk menganalisis masalah kekalahan perjudiannya. Pascal menemukan bahwa sistem perjudian tidak akan pernah berpihak kepada pemain judi. Artinya peluang seorang pemain judi untuk kalah jauh lebih besar daripada peluang menang. Dia juga mendiskusikan masalah peluang dengan matematikawan terkenal lain yaitu Pierre de Fermat (1601-1665). Mereka berdiskusi pada tahun 1654 antara bulan Juni dan Oktober melalui 7 buah surat yang ditulis oleh Blaise Pascal dan Pierre de Fermat yang membentuk asal kejadian dari teori peluang.

Dari sedikit cerita di atas dapat kita ambil beberapa pelajaran di antaranya sebagai berikut:

1. Di manapun kita dilahirkan, baik dalam keluarga sederhana maupun kaya, harus tetap giat belajar.
2. Di dalam kehidupan masyarakat terkadang kita menemui hal-hal yang dipandang negatif dan bahkan dilarang dalam agama. Sebagai generasi penerus bangsa tidak ada salahnya jika kita mencoba menguak penyebabnya. Dengan mengamati dan mempelajarinya secara mendalam seperti halnya Pascal, akhirnya kita akan tahu mengapa permainan judi adalah tidak baik.

Banyak masalah di sekitar kita yang berkaitan dengan pengambilan keputusan. Kadang keputusan yang dibuat merugikan suatu pihak dan menguntungkan pihak lain. Dengan memahami bahasan tentang peluang empirik ini diharapkan kalian mampu membuat keputusan sebaik mungkin, sehingga bisa diterima oleh pihak-pihak yang terkait. Amati beberapa permasalahan berikut.

Pada saat jam istirahat Adi dan Ani secara bersamaan menuju ke ruang komputer sekolah untuk mengerjakan tugas. Setelah berdiskusi, mereka memutuskan untuk menggunakan komputer secara bergiliran masing-masing selama satu jam. Masalahnya adalah mereka sama-sama ingin mendapat giliran lebih dahulu.

Sumber: Tekno.Liputan6.com

Gambar 10.1 Dua anak dan sebuah komputer

Bagaimanakah menurut kalian cara yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut?

Adi dan Ani memikirkan cara yang *fair* (mempunyai kesempatan sama) agar hasilnya bisa mereka terima. Adi mengusulkan untuk mengundi dengan tiga pilihan berikut.

1. Melemparkan suatu koin uang logam (2 sisi) sekali. Jika pada pelemparan, sisi angka muncul (menghadap atas), Adi yang berhak menggunakan komputer terlebih dahulu. Jika sisi gambar muncul, maka Ani yang berhak menggunakan komputer lebih dahulu.

Gambar 10.2 Koin uang logam

2. Mengambil satu kelereng dari tiga kelereng dengan mata tertutup. Kelereng yang disiapkan adalah warna merah, kuning, dan hijau. Adi menyuruh Ani untuk memikirkan satu kelereng warna sebarang. Kemudian Adi menyuruh Ani mengambil (dengan mata tertutup) satu kelereng dari dalam kantong yang sudah dipersiapkan. Jika kelereng yang diambil Ani sesuai dengan yang dia pikirkan, yang berhak menggunakan komputer terlebih dulu adalah Ani.

Gambar 10.3
3 buah Kelereng

3. Menggelindingkan satu dadu (enam sisi). Jika yang muncul di sisi atas adalah angka genap, Ani yang berhak menggunakan komputer terlebih dahulu. Jika yang muncul di sisi atas adalah angka ganjil, Adi yang berhak menggunakan komputer terlebih dahulu.

Gambar 10.4
Dadu bilangan

Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan sesuai hal yang kalian amati. Sebaiknya pertanyaan membuat kalian untuk belajar lebih lanjut tentang peluang empirik. Berikut contoh pertanyaan kalimat yang baik untuk diajukan.

1. Dari ketiga percobaan yang dilakukan tersebut, percobaan manakah yang *fair*?
2. Apakah yang dimaksud dengan peluang empirik?

Buatlah kalimat lain yang menurut kalian penting untuk ditanyakan.

Ayo Kita Menggali Informasi

Suatu cara dikatakan *fair* dalam masalah Adi dan Ani di atas, jika dengan cara tersebut Adi dan Ani mempunyai kesempatan yang sama untuk mendapatkan giliran menggunakan komputer terlebih dahulu. Untuk mengetahui cara yang digunakan tersebut fair atau tidak, kalian bisa melakukan percobaan dengan mengikuti langkah-langkah berikut.

Alat dan bahan:

a. Satu koin.
b. Tiga kelereng (warna merah, kuning, dan hijau) dalam satu kantong terbungkus rapi.
c. Satu dadu.

1. Lakukan percobaan:
    a. Melemparkan satu koin sebanyak (minimal) 50 kali.
    b. Ambil satu kelereng dari dalam kantong dengan mata tertutup sebanyak (minimal) 60 kali.
    c. Gelindingkan dadu sebanyak (minimal) 120 kali.
2. Amati hasil yang didapatkan dalam setiap kali percobaan.
3. Agar catatan kalian rapi gunakan tabel seperti berikut.

Percobaan koin

Kejadian	**Turus**	**Banyak kali muncul (f)**	**Rasio f terhadap $n(P)$**
			$\frac{f}{n(P)}$
Sisi Angka			
Sisi Gambar			
Total percobaan $n(P)$			

Percobaan kelereng

Kejadian	**Turus**	**Banyak kali muncul (f)**	**Rasio f terhadap $n(P)$**
			$\frac{f}{n(P)}$
Kelereng merah			
Kelereng kuning			
Kelereng hijau			
Total percobaan $n(P)$			

Percobaan dadu

Kejadian	**Turus**	**Banyak kali muncul (f)**	**Rasio f terhadap $n(P)$**
			$\frac{f}{n(P)}$
Mata dadu "1"			
Mata dadu "2"			
Mata dadu "3"			
Mata dadu "4"			
Mata dadu "5"			
Mata dadu "6"			
Total percobaan $n(P)$			

Pada kolom keempat rasio (hasil bagi) frekuensi terhadap banyaknya percobaan untuk selanjutnya disebut peluang empirik.

Banyak situasi dalam kehidupan sekitar kita yang menuntut kita untuk membuat keputusan *fair*. Untuk membuat keputusan yang *fair* kalian harus menggunakan cara yang *fair* juga. Pada konteks di atas telah disajikan tiga benda, yaitu koin, kelereng, dan dadu untuk membantu membuat keputusan *fair*. Masih banyak benda di sekitar kalian yang bisa digunakan untuk membantu membuat keputusan yang *fair*.

Banyak situasi dalam kehidupan sekitar kita yang menuntut kita untuk membuat keputusan *fair*. Untuk membuat keputusan yang *fair* kalian harus menggunakan cara yang *fair* juga. Pada **Masalah 8.2** telah disajikan tiga benda, yaitu koin, kelereng, dan dadu untuk membantu membuat keputusan *fair*. Masih banyak benda di sekitar kalian yang bisa digunakan untuk membantu membuat keputusan yang *fair*.

1. Sebutkan suatu benda yang *fair* untuk digunakan mengundi suatu kondisi yang memungkinkan terjadi 4 kejadian.
2. Sebutkan suatu benda yang *fair* untuk digunakan mengundi suatu kondisi yang memungkinkan terjadi n kejadian.

3. Jika m menyatakan banyak percobaan, dan n menyatakan banyak kemunculan kejadian A dari percobaan tersebut, nyatakan peluang empirik kejadian A.

Silakan presentasikan benda yang kalian pilih untuk menetukan keputusan agar *fair*. Jelaskan alasan kalian kepada teman dan guru di kelas, minta saran dan komentar terhadap presentasi tersebut.

1. Suatu ketika Rohim merencanakan untuk menemui dua teman lamanya Wachid dan Dani. Rohim bingung untuk memutuskan teman manakah yang akan ditemui lebih dahulu. Dia memutuskan "Jika saya mendapati lampu merah pada rambu lalu lintas di depan, saya akan menemui Wachid lebih dahulu. Jika selain itu, saya akan menemui Dani lebih dahulu". Lampu merah menyala selama 30 detik, lampu hijau menyala selama 27 detik, dan lampu kuning menyala selama 3 detik. Ketiga warna lampu tersebut berganti warna secara bergantian. Berikan komentar kalian, apakah cara yang digunakan Rohim tersebut *fair* atau tidak.

   sumber: Kemdikbud
   Gambar 10.5
   Lampu lalu lintas

2. Jelaskan di antara benda-benda berikut yang bisa digunakan untuk memutuskan suatu hal yang melibatkan dua orang secara *fair*. Jika bisa jelaskan penyebabnya. Jika tidak bisa bagaimana caranya agar *fair*?
   a. Koin (sisi angka dan gambar).
   b. Kantong berisi 3 kelereng berbeda warna.
   c. Dadu (6 sisi).
   d. Kantong berisi 8 kelereng berwarna berbeda.
   e. *Spinner* dengan 12 bagian (juring dengan ukuran sama, tetapi warna berbeda).

3. Eva melakukan percobaan penggelindingan dadu, kemudian mencatatnya sebagai berikut.

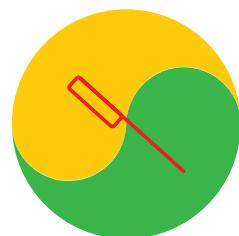
   Percobaan penggelindingan dadu

Mata Dadu	Banyak muncul (kali)
1	2
2	4
3	6
4	7
5	5
6	3

   a. Berapa kali Eva melakukan percobaan penggelindingan dadu?
   b. Eva mengatakan "jika saya menggelindingkan dadu sekali lagi, maka peluang munculnya mata dadu 3 lebih besar dari pada mata dadu 4". Setujukah kalian dengan perkataan Eva tersebut? Jelaskan.
   c. Dengan menggunakan dadu yang sama dengan Eva, Evi melakukan percobaan menggelindingkan dadu sebanyak 6 kali. Bagaimanakah kemungkinan di antara 6 percobaan tersebut hasilnya mata dadu 3?
   d. Andaikan Evi melakukan percobaan sebanyak 18 kali, berapakah perkiraan kalian hasilnya adalah mata dadu 3?

4. Suatu ketika guru matematika mengadakan seleksi siswa untuk mewakili sekolah Cendekia. Siswa yang bisa dikirimkan hanya siswa kelas VII. Beliau memutuskan untuk memilih 3 orang dari tiap-tiap kelas VII paralel yang ada di sekolah. Berikut disajikan data jumlah siswa dalam kelas VII.

   Kuota Peserta Olimpiade

Kelas	Banyak siswa	Kuota
VII-A	30	3
VII-B	35	3
VII-C	36	3
VII-D	29	3
VII-E	20	3

   a. Berikan komentar kalian, apakah cara yang dilakukan guru matematika tersebut *fair*?
   b. Andaikan kalian sangat ingin lulus seleksi. Dan kalian bisa memilih ikut seleksi di kelas mana saja. Manakah kelas yang kalian pilih? Mengapa kelas itu yang kalian pilih?

5. Dalam suatu percobaan penggelindingan dadu (mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, dan 6) sebanyak 1 kali, tentukan:
   a. kejadian muncul mata dadu antara 1 sampai 6,
   b. kejadian muncul mata dadu 7, dan
   c. kejadian muncul mata dadu 5.

6. Perhatikan beberapa kejadian berikut. Tentukan kejadian mana yang menurut kalian tidak mungkin terjadi (mustahil), mungkin terjadi, dan pasti terjadi. Dengan menerapkan prosedur saintifik (mengamati, menanya, menggali informasi, menalar, berbagi) silakan lengkapi tabel berikut.

No.	**Kejadian**	**Kemungkinan terjadi**		
		Mustahil	**Mungkin**	**Pasti**
1.	Suatu ketika di tahun ini kalian akan diberi ujian matematika.			✓
2.	Sebuah segitiga mempunyai dua sudut tumpul.	✓		
3.	Tiga hari lagi akan hujan.		✓	
4.	Sebuah kubus mempunyai 6 sisi.			
5.	Suatu hari manusia akan meninggal dunia.			
6.	Jumlah dua bilangan ganjil merupakan bilangan ganjil.			
7.	Bila sebuah dadu diempar akan muncul mata dadu 8.			
8.	Orang yang digigit nyamuk akan terserang demam berdarah.			
9.	Semua bilangan prima pasti ganjil.			
10.	Jika satu uang logam dilempar akan muncul kejadian Gambar atau Angka.			
11.	Besok matahari akan terbit.			
12.	Jumlah hari dalam satu tahun adalah 366.			
13.	Ada suatu bilangan ganjil habis dibagi dua.			

Jika tiga kondisi tersebut (mustahil, mungkin, pasti) direpresentasikan dalam persentase, tentukan bilangan persentase yang sesuai dengan tiap-tiap kondisi tersebut. Jelaskan.

7. Pada beberapa situasi berikut, tentukan situasi yang *fair* (atau tidak *fair*). Jelaskan.
   a. Suatu kantong berisi 10 kelereng merah dan 10 kelereng putih. Azin disuruh mengambil satu kelereng dari dalam kantong. Jika Azin mendapatkan kelereng merah, dia bisa mendapatkan hadiah sepeda baru dari ibunya. Jika Azin mendapat kelereng merah ia tidak mendapat hadiah.
   b. Suatu dadu memiliki 6 sisi (1, 2, 3, 4, 5, dan 6). Dadu tersebut digunakan mengundi siapa yang berhak memilih gawang dalam permainan sepak bola. Jika yang muncul adalah mata dadu 1 atau 6, maka tim A berhak memilih gawang lebih dulu. Jika selain itu, tim B yang berhak memilih gawang.

8. Suatu *spinner* dibuat seperti pada gambar di samping. Apakah *spinner* tersebut bisa digunakan untuk mengambil keputusan dengan *fair* yang melibatkan masalah antara dua orang? Jelaskan.

Gambar 10.6 Spinner

9. Suatu tutup botol seperti pada gambar di samping digunakan untuk mengundi regu yang berhak memilih bola terlebih dahulu dalam suatu permainan sepak bola. Apakah tutup botol *fair* untuk membuat suatu keputusan? Jelaskan.

Gambar 10.7 Tutup botol

10. Pada percobaan pelemparan satu koin uang logam (sisi angka dan gambar) sebanyak 100 kali, muncul sisi angka sebanyak 45 kali. Tentukan:
    a. peluang empirik muncul sisi angka,
    b. peluang empirik muncul sisi gambar.

11. Pada percobaan penggelindingan dadu sebanyak 180 kali, mata dadu "2" muncul sebanyak 30 kali. Berapakah peluang empiriknya?

12. Pada percobaan pengambilan satu kelereng dari dalam kantong yang berisi 4 kelereng berwarna hitam, putih, kuning, dan biru, didapatkan hasil sebagai berikut:
    - Kelereng hitam 22 kali.
    - Kelereng putih 26 kali.
    - Kelereng biru 24 kali.

    Jika percobaan dilakukan sebanyak 100 kali, tentukan:

    a. peluang empirik kejadian terambil kelereng putih,
    b. peluang empirik kejadian terambil kelereng kuning, dan
    c. peluang empirik kejadian terambil selain kuning.

13. Berapakah perkiraanmu akan muncul mata dadu “3”, saat dilakukan percobaan penggelindingan sebuah dadu sebanyak 360 kali?

14. Dadu kuning dan biru digelindingkan bersama-sama.

    a. Tentukan $n(A)$ untuk A kejadian muncul mata dadu 1 pada dadu kuning dan mata dadu ganjil pada dadu biru.
    b. Sebutkan semua titik sampel kejadian jumlah mata dadu kuning dan biru adalah 6.

15. Peluang muncul angka atau gambar dari pelemparan sebuah mata uang logam adalah sama.

    a. Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 100 kali?
    b. Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 150 kali?

    Frekuensi harapan kejadian A yang dilakukan sebanyak N kali percobaan, biasanya dirumuskan dengan

    $Fh(A) = P(A) \times N$, $P(A)$ = Peluang kejadian A

16. Sebuah kantong berisi kelereng merah dan putih. Jika peluang terambil kelereng merah adalah $\frac{1}{3}$, tentukan:

    a. frekuensi harapan terambil kelereng merah dari 30 pengambilan,
    b. frekuensi harapan terambil kelereng putih dari 45 pengambilan.

17. Dadu hitam dan putih digelindingkan secara bersama-sama 36 kali. Frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 6 adalah ....

18. Jika dua dadu (berbeda warna) dilempar bersamaan, dadu yang muncul jumlahnya 10 atau 3 adalah ....

19. Tiga uang logam berbeda warna dilempar secara bersamaan sebanyak 64 kali. Frekuensi harapan munculnya 1 sisi gambar dan 2 sisi angka adalah ....

Lakukan permainan ular tangga bersama dalam satu kelompok (4 – 5 siswa). Aturan permainan ular tangga tersebut sebagai berikut.

1. Setiap pemain secara bergantian menggelindingkan dua dadu.
2. Pion setiap pemain melangkah sesuai dengan jumlah mata dadu yang muncul.
3. Lakukan hingga seorang pemain mencapai tepat ujung dari papan permainan ular tangga.

Keterangan: Kalian juga bisa melakukan pada permainan monopoli.

Catatlah banyak kali muncul pasangan dadu pada setiap kali penggelindingan dalam sebuah tabel. Misal tabel sebagai berikut.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

1. Berapakah jumlah mata dadu yang paling jarang muncul?
2. Jika kalian diminta menebak jumlah mata dadu yang akan muncul, berapakah jumlah yang kalian tebak? Jelaskan.

Sajikan percobaan dan jawaban kalian semenarik mungkin.

Peluang Teoretik

Dalam kegiatan sehari-hari kita sering mendengar istilah peluang, antara lain dalam bidang sepak bola dan dalam pemilihan calon ketua OSIS. Cermati uraian berikut.

Pertandingan Sepak Bola

Pada suatu pertandingan sepak bola antara Timnas Indonesia U-19 melawan Malaysia U-19 terjadi saling serang antara kedua tim. Meskipun begitu, hingga menit 90 belum ada satu pun gol tercipta, sehingga skor masih 0 - 0. Timnas Indonesia berpeluang memenangkan pertandingan ketika mendapatkan hadiah tendangan penalti pada saat menit perpanjangan. Tendangan tersebut diambil oleh Ilham, yang merasa siap untuk menendang penalti tersebut. Namun ternyata tendangan Ilham tidak membuahkan gol. Akhirnya skor akhir masih imbang tanpa gol antara Indonesia dan Malaysia. Setelah pertandingan tersebut banyak pendukung timnas Indonesia antar lain Made dan Boaz. Berikut percakapan antara Made dengan Boaz yang kecewa dengan hasil akhir tersebut.

Made : Saya yakin kalau Evan Dimas yang menendang tendangan penalti tersebut pasti gol. Bagaimana menurutmu Boaz?

Boaz : Iya, saya yakin peluang terjadinya gol besar kalau Evan Dimas yang menendang. Saya yakin 100% gol.

Made : Wah, bukan 100% aja Boaz, menurut saya malah 200% gol karena tendangannya hebat, dan Indonesia menang.

Pemilihan Calon Ketua Osis

Suatu ketika diadakan pemilihan perwakilan dari kelas 8A Sekolah Semangat 45 untuk menjadi calon ketua OSIS. Dari kelas 8A ada dua orang yang mencalonkan diri, yaitu Nikma dan Riko. Ada diskusi dalam kelas tersebut yang mempertimbangkan kelebihan dan kekurangan mereka berdua yang akan diajukan untuk menjadi calon ketua OSIS.

Udin : Lebih baik Riko saja yang kita ajukan untuk menjadi calon ketua OSIS. Dia mempunyai banyak teman. Pasti peluang terpilih menjadi ketua OSIS lebih besar daripada Nikma.

Keke : Tidak. Aku tidak sepakat. Nikma yang berpeluang lebih besar. Dia itu baik, rajin, dan didukung banyak guru.

Dari dialog dalam ***Pertandingan Sepak Bola*** dan ***Pemilihan Calon Ketua Osis*** tersebut, kita menemukan kalimat yang mengandung kata "peluang". Dalam kedua dialog di atas, kata "peluang" digunakan untuk memperkirakan suatu kejadian akan terjadi atau tidak terjadi. Dari kedua dialog tersebut, meski apa yang dibicarakan antara Made dengan Boaz, serta Udin dengan Keke masing-masing adalah hal yang sama, tetapi mereka punya pendapat berbeda tentang peluang. Made dan Boaz saling mendukung, tetapi nilai peluangnya berbeda. Sedangkan Udin dengan Keke saling berlawanan dalam membicarakan peluang terpilihnya Riko dan Nikma untuk menjadi ketua OSIS.

Tidak ada kesepakatan dalam menentukan nilai peluang dalam dialog di atas. Hal tersebut karena mereka tidak mempunyai acuan yang sama dalam menentukan nilai peluang. Nilai peluang yang diungkapkan dalam dialog tersebut adalah nilai **peluang subjektif** (*subjective probability*). Oleh karena itu, tiap orang mungkin sama, mungkin juga berbeda.

Pada bab ini kita juga akan membahas tentang "peluang". Dalam hal istilah, memang sama-sama peluang, tetapi peluang yang dimaksud berbeda makna dengan dialog tersebut. Dalam bahasan ini, kalian akan mempelajari tentang **peluang teoretik** (*theoretical probability*) suatu eksperimen. Peluang teoretik dikenal juga dengan istilah **peluang klasik** (*classical probability*), dalam beberapa bahasan juga disebut peluang saja. Jika terdapat suatu soal yang hanya menyebutkan "peluang", maka peluang yang dimaksud tersebut adalah peluang teoretik. Peluang teoretik adalah rasio dari hasil yang dimaksud dengan semua hasil yang mungkin pada suatu eksperimen tunggal. Dalam suatu eksperimen, himpunan semua hasil (*outcome*) yang mungkin disebut **ruang sampel** (biasanya disimbolkan dengan S). Selanjutnya setiap hasil (*outcome*) tunggal yang mungkin pada ruang sampel disebut **titik sampel**. **Kejadian** adalah bagian dari ruang sampel S. Suatu kejadian A dapat terjadi jika memuat titik sampel pada ruang sampel S. Misalkan $n(A)$ menyatakan banyak titik sampel kejadian A dan $n(S)$ adalah semua titik sampel pada ruang sampel S. Peluang teoretik kejadian A, yaitu $P(A)$ dirumuskan:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Untuk memahami peluang teoretik suatu kejadian silakan amati **Tabel 10.1**.

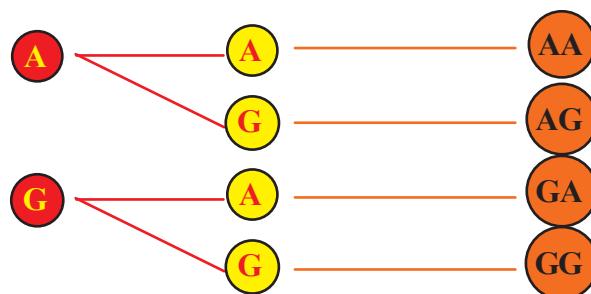
Tabel 10.1 Peluang Teoretik Kejadian dari suatu eksperimen

Eksperimen	Ruang sampel S	$n(S)$	Kejadian A	Titik sampel kejadian A	Banyak titik sampel $n(A)$	Peluang teoretik $P(A)$
Pelemparan satu koin	$\{A, G\}$	2	Hasil sisi Angka	$\{A\}$	1	$\frac{1}{2}$
	$\{A, G\}$	2	Hasil sisi Gambar	$\{G\}$	1	$\frac{1}{2}$
Penggelindingan satu dadu	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu "3"	$\{3\}$	1	$\frac{1}{6}$
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu "7" (dadu)	$\{\ \}$ kosong	0	$\frac{0}{6}$ atau 0
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu genap (dadu)	$\{2, 4, 6\}$	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu prima (dadu)	$\{2, 3, 5\}$	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$

Pada **Tabel 10.1**, kejadian yang hanya memuat satu hasil (titik sampel) disebut kejadian dasar. Kejadian yang tidak memuat titik sampel disebut kejadian mustahil, peluangnya sama dengan nol atau dengan kata lain tidak mungkin terjadi.

Berdasarkan pengamatan yang telah kalian lakukan, buat pertanyaan terkait pengamatan tersebut. Sebaiknya pertanyaan yang kalian buat membuat kalian untuk mempelajari lebih lanjut tentang peluang teoretik. Berikut ini contoh pertanyaan yang baik untuk diajukan.

1. Apakah hubungan antara peluang teoretik dengan peluang empirik?
2. Apakah perbedaan antara peluang teoretik dengan peluang empirik?
3. Bagaimana cara menentukan titik sampel suatu kejadian dalam suatu eksperimen?
4. Bagaimana cara menentukan ruang sampel dari suatu eksperimen?

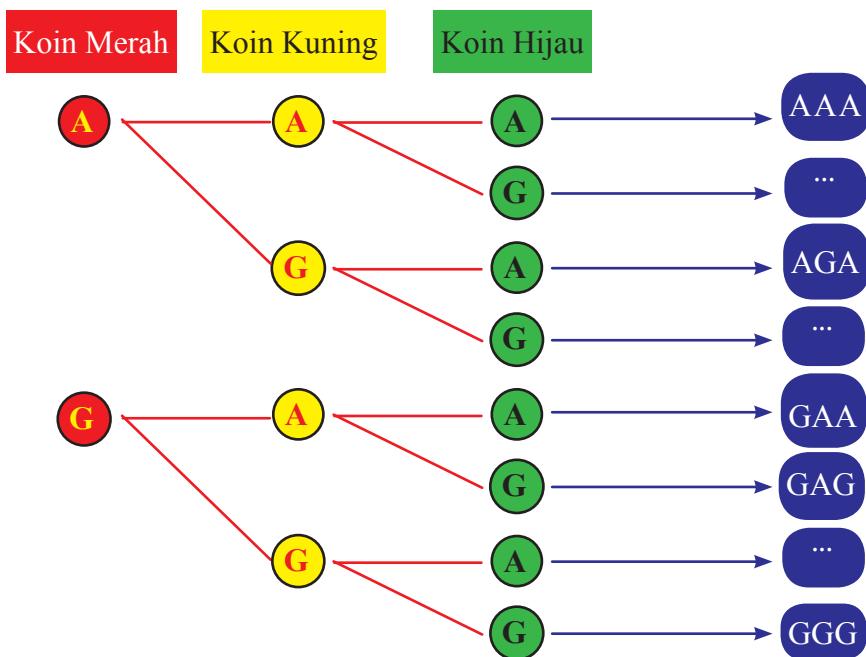
Silakan buat pertanyaan lainnya.

Sebelum menentukan peluang teoretik suatu percobaan, terlebih dahulu penting untuk kalian ketahui tentang ruang sampel suatu eksperimen.

Berikut disajikan ruang sampel percobaan pelemparan koin uang logam yang mempunyai dua sisi, yaitu A (Angka) dan G (Gambar) .

1. Jika kita melempar satu koin sebanyak satu kali, kemungkinan hasilnya adalah angka atau gambar, ditulis $\{A, G\}$.
2. Jika kita melempar dua koin (koin merah dan kuning) sebanyak satu kali, maka ada empat kemungkinan hasil: $\{AA, AG, GA, GG\}$

Diagram pohon berikut menghubungkan kemungkinan hasil pada koin merah dengan koin kuning.

Selain menggunakan diagram pohon bisa juga digunakan tabel seperti berikut.

		Kemungkinan kejadian koin Kuning	
		A	G
Kemungkinan kejadian koin merah	A	AA	AG
	G	GA	GG

Titik sampel *adalah kemungkinan yang muncul atau terjadi.*

Titik sampel AA bermakna bahwa kedua koin menghasilkan kejadian sisi Angka.

Apakah makna titik sampel AG ?

Jika kita melempar tiga koin (warna merah, kuning, dan hijau) satu kali, maka ruang sampelnya adalah: {AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG}.

Dengan diagram pohon

Dengan tabel

Lengkapi sel yang kosong.

		Kejadian yang mungkin pada koin merah dan kuning (ruang sampel dua koin)			
		AA	AG	GA	GG
Kejadian yang mungkin pada Koin hijau	A	AAA	AAG		
	G			GGA	GGG

Apakah makna titik sampel GGA?

Untuk menentukan banyak titik sampel eksperimen suatu eksperimen bisa menggunakan *fundamental counting principle* (Prinsip dasar perhitungan). Misal eksperimen tiga koin uang logam.

Banyak hasil yang mungkin pada koin pertama	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada koin kedua	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada koin ketiga	=	Total titik sampel
2	×	2	×	2	=	8

1. Mungkinkah banyak titik sampel pada suatu kejadian bisa lebih dari ruang sampelnya? Jelaskan.
2. Adakah kejadian yang memiliki peluang = 1? Jika ada, jelaskan dalam kejadian yang bagaimana.
3. Berapakah banyak titik sampel suatu kejadian yang tidak mungkin terjadi?
4. Dapatkah kalian menyimpulkan, antara berapa sampai berapa peluang suatu kejadian?
5. Misalkan peluang kejadian A adalah $P(A)$, sedangkan $P(A^C)$ (dibaca peluang kejadian A komplemen) diartikan peluang bukan kejadian A. Jelaskan hubungan $P(A)$ dengan $P(A^C)$.

Silakan presentasikan langkah kalian hasil menalar kalian kepada teman dan guru di kelas. Minta saran dan komentar perbaikan dari jawaban yang kalian temukan tersebut.

1. Tentukan banyak titik sampel dari ruang sampel eksperimen:
   a. 2 dadu
   b. 1 koin 1 dadu
   c. 2 koin 1 dadu
2. Sebuah dadu digelindingkan sekali. Berapa peluang kejadian:
   a. mata dadu kelipatan tiga?
   b. mata dadu bukan kelipatan tiga?
3. Dadu merah dan putih digelindingkan sekali. Berapakah peluang kejadian:
   a. komplemen mata dadu kembar?
   b. jumlah mata dadu 7?
   c. jumlah mata dadu 8?
   d. jumlah mata dadu kurang dari 7?
   e. jumlah mata dau tidak kurang dari 7?
4. Dalam suatu ruangan ada suatu komputer yang bisa digunakan oleh Yessi, Ratna, dan Rohim selama 3 jam. Mereka berencana untuk mengundi giliran agar setiap anak bisa menggunakan komputer tersebut masing-masing 1 jam, dengan sebuah dadu. Menurutmu apakah alat yang digunakan untuk mengundi tersebut cocok? Jika tidak, Jelaskan alasanmu. Jika iya, jelaskan caranya.

5. Suatu ketika Okta dan adiknya yang bernama Dina berebut *remote control* TV. Mereka mempunyai pilihan siaran berbeda pada saat yang sama. Saiful mempunyai ide untuk mengundi dengan menggunakan dadu. Jika yang muncul adalah mata dadu 1, yang berhak adalah Dina. Jika selain itu, yang berhak adalah Okta. Sedangkan Dina mengusulkan untuk menggunakan dua koin uang logam. Jika yang muncul adalah mata dadu kembar, yang berhak adalah Okta. Jika selain itu, yang berhak adalah Dina. Berikan pendapatmu, cara manakah yang menurutmu adil? Jelaskan.

6. Restoran "D' Resto" menyediakan menu masakan sebagai berikut.

Menu masakan Restoran D' Resto

Ikan	Cara masak	Item Pelengkap
Tuna Patin Salmon Hiu kecil	Dipanggang Digoreng Diasap	Sayuran segar Kentang panggang Kentang tumbuk

Berapakah banyak menu yang bisa dibuat oleh Restoran "D' Resto" tersebut? Daftar semua menunya.

1. Tulislah langkah-langkah kalian dalam menentukan peluang kejadian dalam suatu eksperimen.
2. Terapkan langkah-langkah yang kalian buat dalam suatu soal dengan ruang sampel yang cukup besar, misal eksperimen tiga dadu dengan warna berbeda.

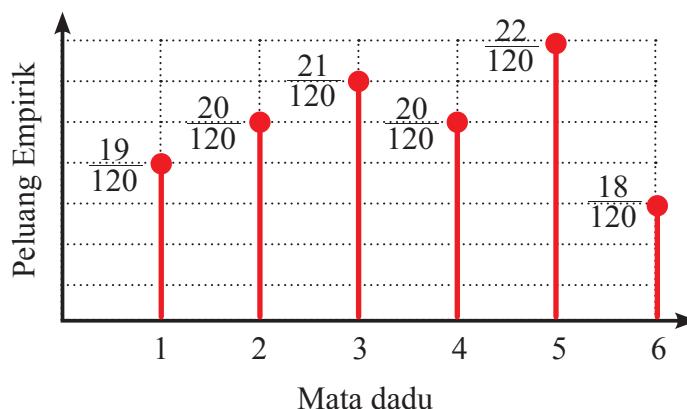
Hubungan Peluang Empirik dan Peluang Teoretik

Setelah kalian melakukan **Kegiatan 10.3** dan memahami peluang teoretik, pada kegiatan ini kalian akan melakukan kegiatan yang bertujuan untuk memahami peluang empirik suatu percobaan. Setelah kalian melakukan percobaan nanti, harapannya kalian mampu menyimpulkan atau membuat suatu pernyataan tentang hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik. Untuk memulai, mari mengamati percobaan yang dilakukan oleh Ameliya, Budi, Citra, Dana, Erik, dan Fitri berikut ini.

Suatu ketika Ameliya, Budi, Citra, Dana, Erik, dan Fitri mendapat tugas kelompok dari gurunya untuk menemukan peluang empirik suatu percobaan. Mereka melakukan percobaan dengan menggelindingkan satu dadu sebanyak 120 kali. Mereka membagi tugas untuk mencatat kemunculan mata dadu hasil penggelindingan.
Ameliya betugas mencatat setiap mata dadu "1" yang muncul.
Budi betugas mencatat setiap mata dadu "2" yang muncul.
Citra betugas mencatat setiap mata dadu "3" yang muncul.
Dana betugas mencatat setiap mata dadu "4" yang muncul.
Erik betugas mencatat setiap mata dadu "5" yang muncul.
Fitri betugas mencatat setiap mata dadu "6" yang muncul.

Setelah menggelindingkan sebanyak 120 kali, mereka merekap catatan mereka dalam suatu tabel. Berikut **Tabel 10.2** yang menyajikan hasil percobaan mereka.

Tabel 10.2 Peluang empirik percobaan penggelindingan satu dadu

Yang Melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(A) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(B) Banyak percobaan (kali)	Rasio (A) terhadap (B)
Ameliya	1	19	120	$\frac{19}{120}$
Budi	2	20	120	$\frac{20}{120}$

Yang Melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(*A*) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(*B*) Banyak percobaan (kali)	Rasio (*A*) terhadap (*B*)
Citra	3	21	120	$\frac{21}{120}$
Dana	4	20	120	$\frac{20}{120}$
Erik	5	22	120	$\frac{22}{120}$
Fitri	6	18	120	$\frac{18}{120}$
Total		120		1

Pada kolom kelima **Tabel 10.2**, nilai Rasio (*A*) terhadap (*B*) disebut dengan **frekuensi relatif** atau **peluang empirik**. Secara umum, jika $n(A)$ merepresentasikan banyak kali muncul kejadian *A* dalam *M* kali percobaan,

$$f_A = \frac{n(A)}{M}$$

Nilai f_A merepresentasikan peluang empirik terjadinya kejadian *A* pada *M* percobaan.

Dari data **Tabel 10.2** kita dapat membuat diagram yang menyajikan peluang empirik kejadian *A* sebagai berikut.

Gambar 10.3 Peluang empirik percobaan penggelindingan dadu sebanyak 120 kali

Jika kita amati **Gambar 10.3** nilai peluang empirik mendekat pada suatu garis konstan yang nilainya yaitu ....

Berdasarkan hasil pengamatan kalian pada kegiatan **Ayo Kita Amati**, coba tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya. Pertanyaan kalian sebaiknya membuat kalian ingin tahu lebih tentang hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik. Berikut contoh pertanyaan yang baik untuk diajukan.

1. Bagaimana hubungan antara peluang empirik dan peluang teoretik?
2. Apakah semakin banyak kita melakukan percobaan, maka nilai peluangnya semakin mendekati peluang teoretik?

Silakan buatlah pertanyaan lainnya.

Setelah kalian mengamati pengertian dari peluang empirik pada kegiatan **Ayo Kita Amati**, buatlah dugaan peluang empirik dari percobaan berikut.

1. Munculnya sisi angka pada percobaan melemparkan satu koin sebanyak 50 kali.
2. Munculnya mata dadu 5 pada percobaan menggelindingkan 1 dadu sebanyak 120 kali.
3. Terambilnya kelereng kuning pada percobaan mengambil 1 kelereng dari 3 kelereng (warna kuning, putih, hitam) pada suatu kantong sebanyak 90 kali.

Untuk menguji kebenaran perkiraanmu tersebut, mari melakukan percobaan.

1. Bentuk kelompok terdiri atas 4 siswa atau sesuai instruksi guru.
2. Persiapkan perlengkapan untuk percobaan sebagai berikut.
   a. Satu koin uang logam.
   b. Satu dadu dengan enam sisi. Tiap sisi tuliskan bilangan 1 hingga 6.
   c. Tiga kelereng dengan ukuran sama dan kantong berwarna gelap untuk wadah kelereng. Kelereng berwarna kuning, putih, hitam.

3. Lakukan percobaan:
   a. pelemparan koin sebanyak 50 kali.
   b. penggelindingan dadu sebanyak 120 kali.
   c. pengambilan satu kelereng sebanyak 90 kali

Keterangan:

a. Percobaan dilakukan di tempat datar dan keras. Percobaan dilakukan dengan wajar (tidak dibuat-buat untuk muncul suatu sisi atau tertentu)

b. Kantong tertutup dengan rapi, sehingga pengambil tidak bisa melihat langsung kelereng yang ada di dalam kantong.

Catatlah kemunculan pada setiap kali percobaan.

Tuliskan catatan kalian pada tabel berikut.

Tabel 10.3. Percobaan pelemparan koin 50 kali

	Sisi Angka	Sisi Gambar
Banyak muncul (kali)		
Peluang empirik		

Tabel 10.4 Percobaan penggelindingan dadu 120 kali

	1	2	3	4	5	6
Banyak muncul (kali)						
Peluang empirik						

Tabel 10.5. Percobaan pengambilan kelereng 90 kali

	Kelereng kuning	Kelereng putih	Kelereng hitam
Banyak terambil (kali)			
Peluang empirik			

Dari percobaan tersebut, bandingkan peluang empirik data hasil percobaan dengan dugaan kalian sebelumnya. Bagaimanakah hubungan antara dugaan kalian dengan percobaan yang kalian lakukan?

	Dugaan	Hasil Percobaan	Hubungan
Peluang empirik muncul sisi Angka			
Peluang empirik muncul mata dadu 5			
Peluang empirik terambil kelereng kuning.			

Diskusikan dengan anggota kelompok kalian. Buatlah suatu simpulan sementara tentang hubungan secara umum antara peluang empirik hasil percobaan dengan dugaan kalian.

Kalian boleh melakukan percobaan dengan lebih banyak dari yang ditentukan dalam buku ini, misalnya dua atau tiga kali lipat dari banyak kali percobaan semula.

Bagaimanakah menentukan hubungan peluang empirik dengan peluang teoretik.

1. Pada kegiatan 1 kalian telah mempelajari tentang peluang teoretik kejadian tertentu dalam suatu eksperimen. Untuk mengingat kembali pemahaman kalian tentang peluang teoretik, tentukan peluang teoretik dari kejadian berikut:
   a. hasil sisi Angka pada eksperimen satu koin.
   b. hasil mata dadu 5 pada eksperimen satu dadu.
   c. hasil kelereng kuning pada eksperimen pengambilan satu dari tiga kelereng dengan warna berbeda (kining, hitam, putih) dalam kantong.

   Sekarang, bandingkan perhitungan peluang teoretik dengan peluang empirik hasil percobaan kalian.

	Peluang Empirik	Peluang Teoretik	Hubungan
Sisi angka (koin)			
Mata dadu 5			
Kelereng kuning			

2. Menurut kalian, apakah hasil percobaan peluang empirik mendekati peluang teoretik?
3. Apakah ketika kalian menambah banyak percobaan, banyaknya kemunculan hasil yang kalian amati juga bertambah?
4. Jika percobaan tersebut kalian lakukan terus menerus hingga banyak kali percobaan, apakah peluang empirik semakin mendekati peluang teoretik? Jelaskan.

Lalu, adakah hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik? Jelaskan alasanmu di depan kelas. Sampaikan tabel hasil pengisian kalian tersebut di depan kelas.

Bandingkan dengan hasil percobaan kelompok lain.

1. Pada percobaan penggelindingan dadu sebanyak 100 kali, mata dadu "3" muncul sebanyak 30 kali. Berapakah peluang empiriknya?

2. Berapakah perkiraanmu akan muncul mata dadu "3", saat dilakukan percobaan penggelindingan sebuah dadu sebanyak 100 kali?

3. Pada percobaan pelemparan dua koin uang logam sebanyak 100 kali, muncul pasangan mata koin sama sebanyak 45 kali. Berapakah peluang empirik muncul selain itu?

4. Suatu percobaan mengguanakan *spin* yang terbagi tiga sama berdasarkan juringnya, masing-masing juring berwana merah, kuning, dan hijau. Percobaan dilakukan sebanyak 35 kali. Bagian yang berwarna kuning tertunjuk oleh panah sebanyak sebanyak 10 kali. Tentukan peluang empirik panah menunjuk ke bagian berwarna merah.

5. Suatu ketika Riko melakukan percobaan penggelindingan suatu dadu sebanyak sekian kali. Karena suatu keteledoran data yang ditulis tertutup oleh tumpahan tinta, seperti pada gambar berikut.

Mata dadu	1	2	3	4	5	6
Banyak kali kemunculan	31	36	33	35	32	[illegible]

Perkirakan bilangan yang tertutup oleh tinta. Jelaskan alasan perkiraan mu

6. Suatu ketika Tohir melakukan percobaan penggelindingan dadu khusus (banyak sisinya belum tentu enam) sebanyak 1.000 kali. Dia hanya mencatat kejadian munculnya mata dadu 1 pada setiap penggelindingan. Beberapa hasilnya disajikan seperti berikut.

Percobaan ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Banyak kali muncul	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3

a. Menurutmu, berapakah banyak sisi dadu khusus tersebut? Jelaskan.

b. Perkirakan, berapa banyak kali mata dadu 1 muncul pada penggelindingan ke-1.000?

c. Perkirakan, berapa banyak kali Tohir menggelindingkan hingga mencatat kemunculan mata dadu 1 sebanyak 30 kali? Jelaskan.

7. Nunik melakukan percobaan pemutaran *spinner* dengan 4 warna yang tidak sama luas. Setelah melakukan percobaan sebanyak 25 kali didapatkan hasil sebagai berikut.

Warna	**Merah**	**Kuning**	**Hitam**	**Putih**
Banyak kali muncul	5	10	7	3

a. Perkirakan bagaimana **spinner** yang digunakan percobaan oleh Nunik.

b. Jika Nunik melakukan percobaan sebanyak 100 kali, kira-kira berapakali jarum *spinner* menunjuk ke warna putih? Jelaskan.

8. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah peluang kejadian $A = \frac{1}{2}$.

9. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah frekuensi harapan kejadian A adalah 1.

10. Andaikan kalian adalah manager TIMNAS INDONESIA U-19. Suatu ketika TIMNAS bertanding di Final piala ASIA melawan MALAYSIA. Suatu ketika saat pertandingan sedang berjalan, pada menit ke-89 TIMNAS mendapatkan hadiah PENALTI. Skor sementara adalah 2 – 2. Pemain yang siap menendang adalah EVAN DIMAS, ILHAM, MALDINI, dan MUCHLIS. Seandainya kamu disuruh untuk menentukan penendang penalti tersebut, siapakah yang akan kalian tunjuk agar TIMNAS meraih kemenangan? Berikut catatan tendangan penalti keempat pemain tersebut.

Nama	Penalti (kali)	Masuk	Terblok Kiper	Melenceng
Evan Dimas	20	16	2	2
Ilham	18	14	2	2
Maldini	17	12	4	1
Muchlis	15	11	3	1

11. Suatu kantong berisi 2 kelereng merah, 3 kelereng putih, dan 5 kelereng biru. Kemudian diambil sebuah kelereng dari kantong itu.
    a. Tentukan peluang terambil kelereng merah.
    b. Tentukan peluang terambil kelereng putih.
    c. Tentukan peluang terambil kelereng bukan biru (biru komplemen).

Carilah kegiatan di sekitar kalian yang berkaitan dengan peluang. Jika kegiatan tersebut berkaitan dengan suatu permainan, carilah aturan mainnya. Buatlah perhitungan tentang peluang yang menurut kalian bermanfaat untuk masyarakat.

Tuliskan hal-hal penting yang kalian dapat dari kegiatan pembelajaran tentang Peluang. Berikut pertanyaan yang perlu dijawab untuk mengarahkan rangkuman kalian.

1. Sebutkan tahapan mulai dari mengumpulkan hingga menyajikan data. Jelaskan.
2. Sebuatkan macam-macam penyajian data yang kalian ketahui.
3. Misal suatu percobaan dilakukan sebanyak n, sedang kejadian X muncul a kali. Tuliskan rumus peluang empiriknya.
4. Dalam percobaan yang penggelindingan suatu dadu, berapakah kemungkinan muncul mata dadu 5 dari 360 percobaan? Jelaskan pendapat kalian.
5. Ceritakan secara singkat langkah-langkahmu menentukan semua titik sampel (ruang sampel) agar tidak ada yang terlewatkan.
6. Ceritakan langkah yang kamu lakukan untuk menemukan peluang teoretik suatu kejadian.
7. Misalkan seorang melakukan percobaan sebanyak n kali. Berapakah peluang empirik hasil percobaan yang muncul sebanyak k kali?
8. Bagaimana hubungan peluang teoretik dengan peluang empirik?
9. Setujukah kalian dengan pernyataan berikut, “jika kita melakukan percobaan semakin banyak, maka kesempatan muncul kejadian yang diamati juga semakin besar? Dapatkah kalian mengambil nilai berharga yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari dari pernyataan tersebut?

Uji Kompetensi 10

A. Pilihan Ganda

1. Suatu koin dilempar sebanyak 100 kali. Jika mata koin Angka muncul 40 kali, tentukan peluang empirik kemunculan mata angka tersebut.

   A. $\frac{40}{60}$ C. $\frac{2}{5}$

   B. $\frac{60}{100}$ D. $\frac{1}{2}$

2. Sebuah koin dilempar sebanyak 100 kali. Jika mata koin Angka muncul 48 kali, maka peluang empirik kemunculan mata koin bukan Angka adalah ....

   A. $\frac{48}{52}$ C. $\frac{1}{6}$

   B. $\frac{31}{50}$ D. $\frac{1}{2}$

3. Sebuah koin dilempar sebanyak n kali. Jika peluang empirik muncul mata koin Angka adalah a kali, maka peluang empirik muncul mata koin selain Angka dalah ....

   A. $\frac{a}{n}$ C. $1-\frac{a}{n}$

   B. $\frac{1-a}{n}$ D. $\frac{a}{n-1}$

4. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu.

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	?
2	5
3	4

Mata dadu	Frekuensi (kali)
4	4
5	3
6	5

Jika peluang empirik kemunculan mata dadu “1” adalah $\frac{3}{24}$, maka percobaan penggelindingan dadu tersebut dilakukan sebanyak ... kali.

A. 24
B. 25
C. 26
D. 27

5. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu. Jika percobaan tersebut dilakukan sebanyak 40 kali, maka banyak peluang empirik kemunculan mata dadu “2” adalah ....

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	6
2	?
3	7
4	6
5	8
6	9

A. $\frac{5}{40}$
B. $\frac{1}{8}$
C. $\frac{6}{20}$
D. $\frac{3}{20}$

6. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu sebanyak sekian kali. Jika peluang empirik kemunculan mata dadu “5” adalah $\frac{1}{6}$, maka peluang empirik mata dadu “selain 5” dalam percobaan tersebut adalah ....

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	10
2	12
3	11
4	10
5	?
6	12

A. $\frac{9}{54}$
B. $\frac{45}{50}$
C. $\frac{5}{6}$
D. $\frac{5}{9}$

7. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu sebanyak sekian kali. Jika peluang empirik kemunculan mata dadu “1” adalah $\frac{1}{6}$, banyak kemunculan mata dadu “selain 2” dalam percobaan tersebut adalah ....

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	?
2	5
3	7
4	6
5	7
6	5

A. $\frac{31}{36}$ C. $\frac{5}{36}$

B. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{5}{31}$

8. Pada tabel berikut disajikan data hasil pencobaan pengundian dadu bermata enam. Setelah dilakukan pengundian didapat data seperti tabel di samping. Dari data tersebut, peluang empirik muncul mata dadu 2 adalah ....

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	5
2	6
3	8
4	7
5	6
6	4

A. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{8}{36}$

B. $\frac{6}{8}$ D. $\frac{11}{36}$

9. Pada tabel di samping disajikan data hasil pencobaan pengundian dadu bermata enam. Setelah dilakukan pengundian didapat data sebagai berikut. Jika dilakukan pelemparan sebanyak 18 kali lagi, taksiran terbaik muncul mata dadu 2 menjadi sebanyak ....

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	5
2	6
3	8
4	7
5	6
6	4

A. 7 kali C. 12 kali

B. 9 kali D. 24 kali

10. Sebuah kantong berisi 5 kelereng merah, 6 kelereng kuning, dan 9 kelereng hijau. Sebuah kelereng diambil dari kantong tersebu. Peluang terambil kelereng kuning adalah ....

    A. $\frac{6}{9}$ C. $\frac{6}{10}$

    B. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

11. Seorang melakukan pengundian dengan menggelindingkan 2 dadu. Peluang teoretik muncul mata dadu kembar dalam pengundian tersebut adalah ....

    A. $\frac{6}{30}$ C. $\frac{1}{36}$

    B. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

12. Seorang melakukan pengundian dengan menggelindingkan 1 dadu dan 1 koin logam. Peluang teoretik muncul mata dadu "1" dan mata koin "Angka" dalam pengundian tersebut adalah ....

    A. $\frac{2}{12}$ C. $\frac{1}{12}$

    B. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

13. Seorang melakukan pengundian dengan menggilindingkan dua dadu. Peluang teoretik muncul mata dadu berjumlah 8 dalam pengundian tersebut adalah ....

    A. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{1}{6}$

    B. $\frac{4}{36}$ D. $\frac{2}{36}$

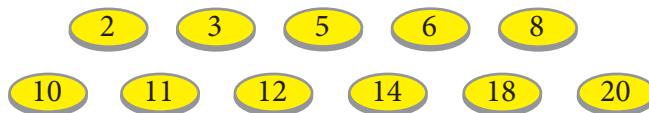
14. Seorang melakukan pengundian dengan menggilindingkan dua dadu. Peluang teoretik muncul mata dadu ganjil atau bukan prima dari salah satu mata dadu yang muncul dalam pengundian tersebut adalah ....

    A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{35}{36}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{36}$

15. Gambar berikut adalah spinner dengan 24 bagian yang sama. Ketika seorang memutar panah *spinner* tersebut, panah dapat berhenti di mana saja pada setiap bagian *Spinner* tersebut. *Spinner* tersebut diwarnai $\frac{1}{8}$ bagian berwarna biru, $\frac{1}{24}$ bagian berwarna ungu, $\frac{1}{2}$ bagian berwarna oranye, dan $\frac{1}{3}$ bagian berwarna merah. Jika seseorang memutar panah spinner, kemungkinan terbesar panah akan berhenti pada bagian berwarna ....

A. Biru C. Oranye
B. Ungu D. Merah

TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

16. Di Sekolah SMP Insan Mandiri terdapat 1.200 siswa (laki-laki dan perempuan). 100 sampel diambil secara acak dari siswa-siswa tersebut. Dari 100 siswa yang diambil, 45 siswa adalah laki-laki. Taksiran banyak siswa laki-laki seluruhnya dalam sekolah tersebut adalah ... siswa.

A. 450 C. 540
B. 500 D. 600

TIMSS 2003 8th Grade Mathematics Item

17. Di suatu kelas 8 terdapat 30 siswa. Jika dilakukan suatu pemilihan secara acak, peluang terpilih seorang siswa dengan usia kurang dari 13 tahun adalah $\frac{1}{5}$. Banyak siswa pada kelas tersebut yang berusia 13 tahun atau lebih adalah ... siswa.

A. 23 C. 25
B. 24 D. 26

18. Berikut ini terdapat 11 koin yang bertuliskan bilangan-bilangan.

Dedi mengambil suatu koin tanpa melihat. Berapakah peluang Dedi mendapatkan koin yeng bertuliskan bilangan kelipatan 3?

A. $\frac{1}{11}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{4}{11}$

D. $\frac{4}{7}$

TIMSS 1999 8th Grade Mathematics Item

19. Empat pemain sepak bola melakukan latihan tendangan penalti. Hasil latihan tersebut disajikan pada tabel berikut.

Nama Pemain	Banyak tendangan penalti	Banyak tendangan penalti yang sukses
Arif	12	10
Bambang	10	8
Candra	20	15
Dedi	15	12

Pemain yang mempunyai peluang terbesar untuk sukses dalam melakukan tendangan penalti adalah ....

A. Arif

B. Bambang

C. Candra

D. Dedi

20. Empat pemain sepak bola melakukan latihan tendangan penalti. Hasil latihan tersebut disajikan pada tabel berikut.

Nama Pemain	Banyak tendangan penalti	Banyak tendangan penalti yang sukses
Arif	12	10
Bambang	10	8
Candra	20	15
Dedi	15	12

Jika Bambang melakukan tendangan penalti sebanyak 60 kali, berapa perkiraan banyaknya tendangan yang sukses?

A. 14   C. 48

B. 18   D. 58

B. Esai

1. Dari 10 kali pelemparan mata uang logam, diperoleh 4 kali muncul gambar.
   a. Tentukan peluang empirik muncul gambar.
   b. Tentukan peluang empirik muncul angka.

2. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu.

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	24
2	21
3	20
4	23
5	25
6	?

   Jika percobaan tersebut dilakukan sebanyak 135 kali, maka banyak peluang empirik kemunculan mata dadu "6" adalah ....

3. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu.

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	15
2	13
3	17
4	16
5	?
6	14

Jika peluang empirik kemunculan mata dadu "5" adalah $\frac{1}{6}$, peluang empirik mata dadu "6" dalam percobaan tersebut adalah ....

4. Berikut ini tabel yang menyatakan hasil percobaan penggelindingan sebuah dadu.

Mata dadu	Frekuensi (kali)
1	5
2	?
3	8
4	6
5	7
6	6

Jika peluang empirik kemunculan mata dadu "2" adalah $\frac{1}{6}$, peluang empirik kemunculan mata dadu "selain 1" dalam percobaan tersebut adalah ....

5. Dalam percobaan melempar dadu sebanyak 450 kali, secara teoretik akan muncul mata dadu kurang dari 5 sebanyak ... kali.

6. Dari 60 kali pelemparan sebuah dadu, diperoleh 10 kali muncul mata dadu 1, 12 kali muncul mata dadu 2, 11 kali muncul mata dadu 3, dan 8 kali muncul mata dadu 4.

   a. Tentukan peluang empirik muncul mata dadu kurang dari 4.

   b. Tentukan peluang empirik muncul mata dadu lebih dari 4.

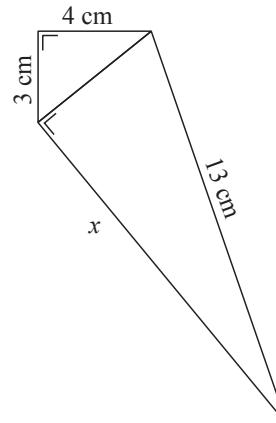
7. Di dalam sebuah kantong terdapat 10 kelereng merah, 11 kelereng hijau, 13 kelereng kuning, dan 9 kelereng biru. Jika diambil 1 kelereng dari dalam kantong tersebut, peluang teoretik terambil kelereng selain merah adalah ....

8. Di dalam sebuah kantong terdapat 15 kelereng merah, 14 kelereng hijau, 13 kelereng kuning, dan n kelereng biru. Jika diambil 1 kelereng dari dalam kantong tersebut, peluang teoretik terambil kelereng biru adalah $\frac{8}{29}$. Tentukan peluang teoretik jika yang diambil adalah kelereng hijau.

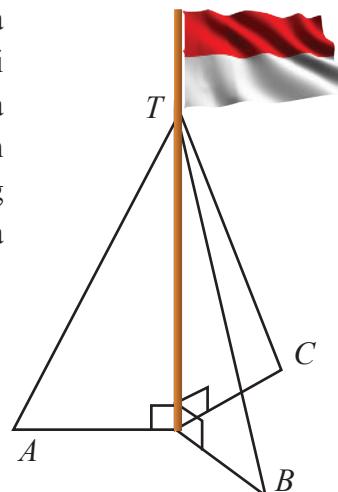
9. Suatu lomba sepeda hias diikuti peserta sebanyak:
   - 10 orang berumur 6 tahun,
   - 24 orang berumur 9 tahun, dan
   - 16 orang berumur 10 tahun.

   Jika lomba tersebut akan memilih satu orang terbaik, berapa peluang yang akan terpilih adalah peserta berumur 9 tahun?

10. Ketika berjalan-jalan di sebuah mall, Rudi mendapatkan keberuntungan sebagai pengunjung *mall* tergpilih di hari itu. Rudi berkesempatan memilih 1 hadiah dari 3 kotak yang sudah disediakan panitia *mall*. Setiap kotak tersebut berisi bola berwarna merah mewakili mobil, kuning mewakili motor, dan hijau mewakili TV dengan komposisi sebagai berikut.

Kotak	Merah	Kuning	Hijau
A	8	9	10
B	10	11	14
C	12	14	19

Rudi hanya diberi kesempatan untuk mengambil 1 hadiah dari salah satu kotak. Tentukan kotak mana yang memiliki peluang terbesar mendapatkan mobil. Jelaskan.

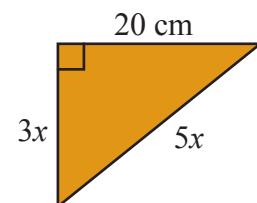
A. Pilihan Ganda

1. Perhatikan gambar di samping.

   Panjang x adalah ... cm.

   A. 12

   B. 13

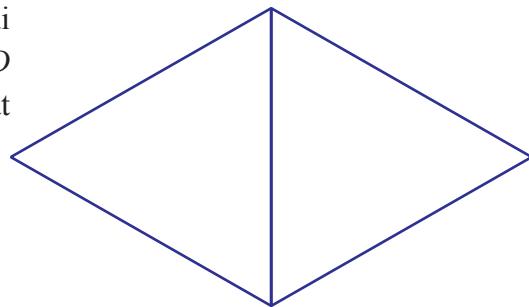
   C. 15

   D. 17

2. Tiang bendera disangga oleh tiga tali yang sama panjang supaya tidak mudah jatuh. Setiap tali diikatkan setinggi 3 meter pada tiang bendera dan diikatkan pada tiga pasak A, B, dan C sejauh 1,5 meter dari tiang. Panjang minimal tali yang dibutuhkan untuk menyangga tiang bendera adalah ....

   A. 9 meter

   B. 11 meter

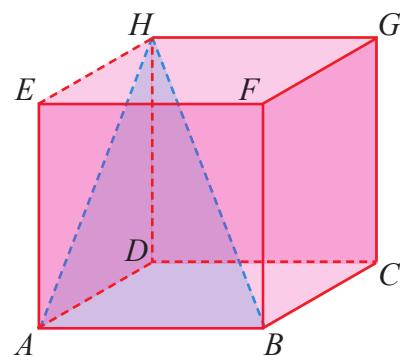
   C. 12 meter

   D. 15 meter

3. Luas segitiga yang ditunjukkan oleh gambar di bawah adalah ... cm^2.

   A. 150

   B. 250

   C. 300

   D. 500

4. Pada belah ketupat *ABCD* di bawah ini, $\angle A$ = 60° dan *BD* = 12 cm. Luas belah ketupat *ABCD* adalah ....

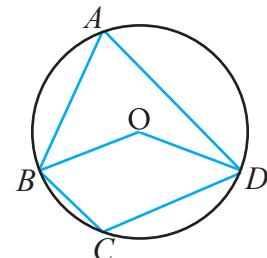
   A. $36\sqrt{2}$ cm^2
   B. $36\sqrt{3}$ cm^2
   C. $72\sqrt{2}$ cm^2
   D. $72\sqrt{3}$ cm^2

5. Pada kubus *ABCD.EFGH* di samping, panjang rusuk *AB* = 8 cm. Luas segitiga *ABH* adalah ....

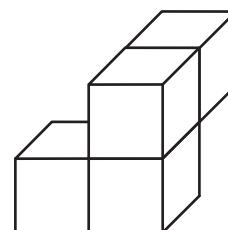
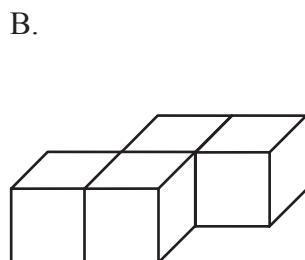
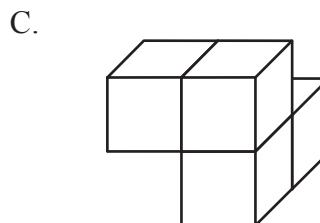
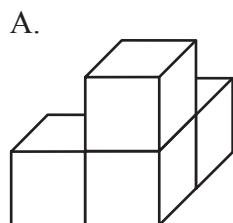
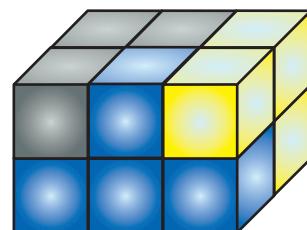
   A. $32\sqrt{2}$ cm^2
   B. $32\sqrt{3}$cm^2
   C. $64\sqrt{2}$ cm^2
   D. $64\sqrt{3}$cm^2

6. Diketahui suatu juring lingkaran dengan ukuran sudut pusat 90°. Jika luas juring tersebut adalah 7.850, jari-jari lingkaran tersebut adalah .... cm. (π = 3,14)

   A. 10
   B. 100
   C. 7
   D. 49

7. Diketahui panjang busur suatu lingkaran adalah 43,96 cm. Jika sudut pusat yang menghadap busur tersebut berukuran 60°, panjang jari-jari juring lingkaran tersebut adalah ... cm. ($\pi = \frac{22}{7}$)

   A. 7
   B. 14
   C. 21
   D. 42

8. Perhatikan lingkaran O di samping

   Diketahui $m\angle BCD = 110°$

   Tentukan $m\angle BAD$.

   A. 55°

   B. 70°

   C. 80°

   D. 220°

9. Diketahui panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran M dan N adalah 40 cm. Jari-jari lingkaran M dan N berturut-turut 10 cm dan 19 cm. Jarak antara kedua pusat lingkaran tersebut adalah ... cm.

   A. 17

   B. 25

   C. 40

   D. 41

10. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari berbeda. Jika jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 20 cm dan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran adalah 16 cm, manakah pasangan jari-jari kedua lingkaran tersebut yang sesuai?

    A. 7 cm dan 4 cm

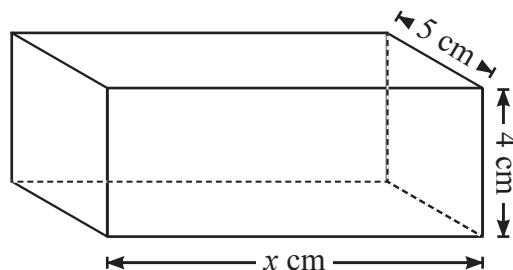
    B. 7 cm dan 5 cm

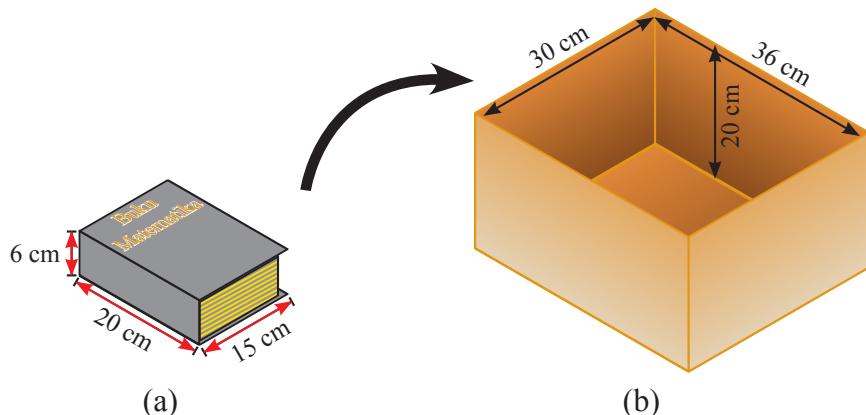
    C. 4 cm dan 9 cm

    D. 6 cm dan 8 cm

11. Tohir mempunyai kawat sepanjang 10 m yang akan digunakan untuk membuat kerangka balok berukuran 10 cm × 24 cm × 36 cm. Banyak kerangka balok yang dapat dibuat oleh Tohir adalah ....

    A. 2 buah　　C. 4 buah

    B. 3 buah　　D. 5 buah

12. Alas sebuah prisma berbentuk persegi panjang dengan panjang 12 cm dan lebar 8 cm. Bila tinggi prisma 15 cm, maka luas permukaan prisma dan volume prisma adalah ....

    A. 696 cm dan 720 cm^3
    B. 792 cm dan 1.140 cm^3
    C. 792 cm dan 720 cm^3
    D. 792 cm dan 2.880 cm^3

13. Suatu prisma kayu persegi panjang terdiri atas tiga bagian, masing-masing terdiri atas empat kubus kayu direkatkan. Manakah dari potongan-potongan di bawah ini memiliki bentuk yang sama seperti bagian hitam?

A.

C.

B.

D.

14. Diketahui volume balok adalah 200 cm^3. Nilai x yang memenuhi adalah ....

    A. 5 cm
    B. 10 cm
    C. 15 cm
    D. 20 cm

15. Gambar a merupakan sebuah buku dan gambar b merupakan sebuah balok. Jika beberapa buku seperti pada gambar a dengan ukuran yang sama akan dimasukkan ke gambar b, jumlah terbesar dari buku tersebut yang akan muat di dalam kotak gambar b adalah ....

(a) (b)

A. 10 cm C. 12 cm

B. 11 cm D. 13 cm

16. Tabel berikut menunjukkan banyaknya pisang goreng yang terjual di kantin sekolah selama empat hari pada pekan kedua bulan ini.

Pisang Goreng yang Terjual

Hari	Banyak pisang goreng
Senin	64
Selasa	71
Rabu	73
Kamis	60

Jika rata-rata banyak pisang goreng yang terjual hingga hari Jumat adalah 69, berapa banyak pisang goreng yang terjual pada hari Jumat?

A. 67 C. 77

B. 69 D. 82

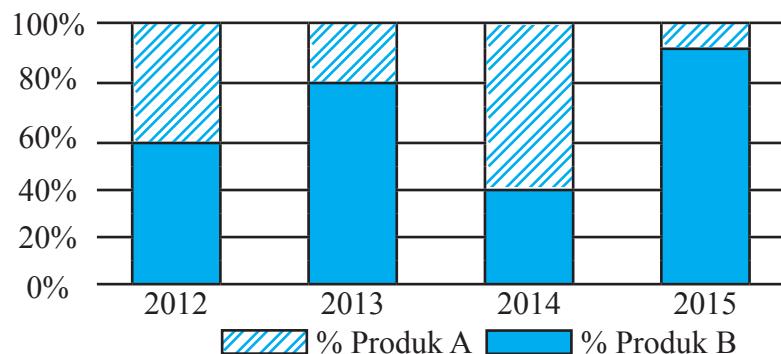
17. Terdapat 5 siswa sebagai finalis lomba *Story Telling* tingkat kabupaten. Median dari skor yang diperoleh kelima finalis adalah 85. Skor empat siswa adalah sebagai berikut.

    85, 80, 95, 80, ...

    Berapakah skor yang diperoleh siswa ke-5?

    A. 70 C. 80
    B. 75 D. 90

18. Perhatikan tabel nilai siswa berikut.

Nilai	4	5	7	8	9	10
Banyak siswa	4	8	10	11	6	1

    Banyak siswa yang mendapat nilai di atas nilai rata-rata adalah ... anak.

    A. 11 C. 18
    B. 17 D. 28

19. Dalam suatu tim bola voli, rata-rata tinggi 6 pemain adalah 171 cm. Apabila dua orang orang pemain cadangan dimasukkan, rata-rata tinggi pemain menjadi 172. Rata-rata tinggi kedua pemain yang baru masuk adalah ... cm.

    A. 174 C. 176
    B. 175 D. 177

20. Suatu perusahaan menjual dua jenis produk A dan B. Rasio hasil penjualan produk A dan B dari tahun 2012 sampai dengan 2015 disajikan pada gambar berikut.

Diketahui banyak penjualan produk A selama 4 tahun adalah sebagai berikut.

Tahun	2012	2013	2014	2015
Produk A	1.200	2.400	2.400	3.600

Rata-rata banyak penjualan produk B dalam 4 tahun yang sama adalah ....

(OSK SMP 2016)

A. 1.000 C. 1.350

B. 1.340 D. 1.500

21. Suatu koin dilempar sebanyak 48 kali. Jika mata koin angka muncul 12 kali, peluang empirik kemunculan mata koin bukan angka adalah ....

A. $\frac{12}{48}$ C. $\frac{12}{60}$

B. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

22. Pada tabel berikut disajikan data hasil percobaan pengundian dadu bermata enam. Setelah dilakukan pengundian didapat data sebagai berikut.

Mata dadu	**Frekuensi**
1	5
2	6
3	8
4	7
5	6
6	4

Jika dilakukan pelemparan sebanyak 36 kali lagi, taksiran terbaik muncul mata dadu 6 menjadi sebanyak ... kali

A. 7 C. 9

B. 8 D. 10

23. Sebuah kantong berisi 5 kelereng merah, 7 kelereng kuning, dan 9 kelereng hijau. Sebuah kelereng diambil dari kantong tersebut. Peluang terambil kelereng hijau adalah ....

A. $\frac{9}{12}$

B. $\frac{3}{21}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{3}{7}$

24. Seorang melakukan pengundian dengan menggelindingkan 2 dadu. Peluang teoretik muncul mata dadu berjumlah 6 dalam pengundian tersebut adalah ....

A. $\frac{5}{36}$

B. $\frac{4}{36}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{5}{6}$

25. Empat pemain sepakbola melakukan latihan tendangan penalti. Hasil latihan tersebut disajikan pada tabel berikut.

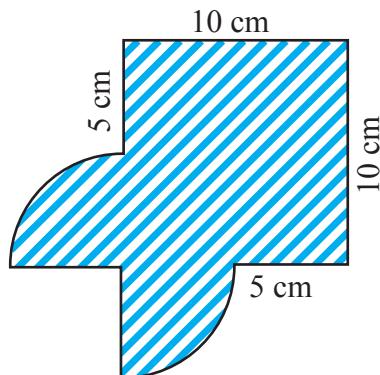
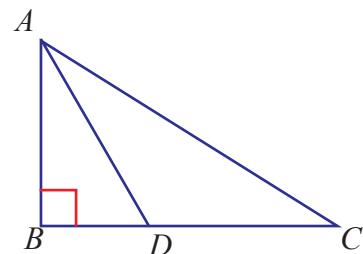
Nama Pemain	Banyak tendangan penalti	Banyak tendangan penalti yang sukses
Rudi	30	15
Yusril	25	13
Iqbal	20	11
Erik	15	9

Pemain yang mempunyai peluang terbesar untuk sukses dalam melakukan tendangan penalti adalah ....

A. Rudi

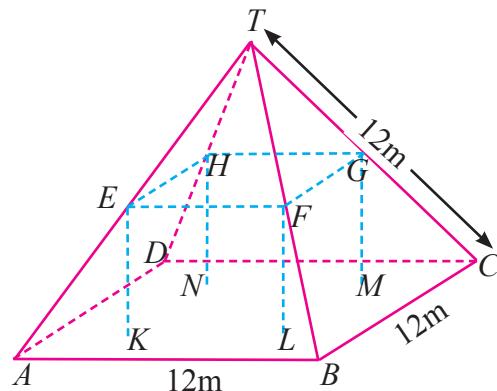
B. Yusril

C. Iqbal

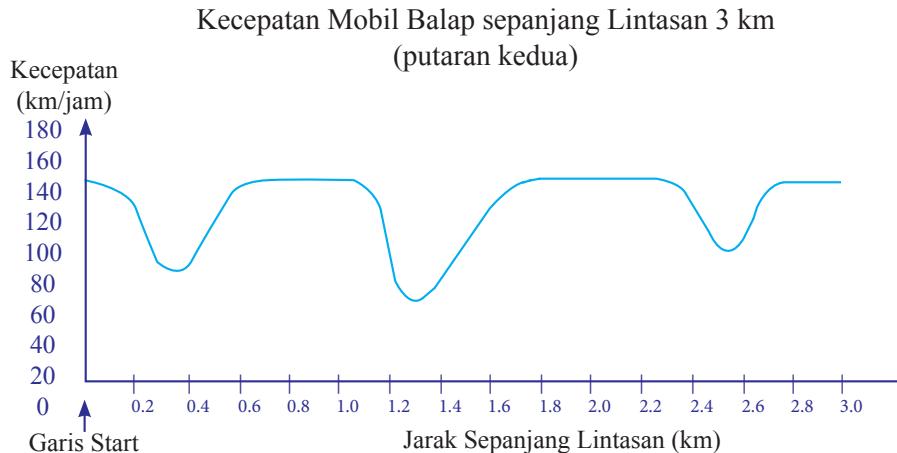
D. Erik

A. Esai

1. Keliling Segitiga

   Berdasarkan gambar, segitiga ABC adalah segitiga siku-siku, dengan sudut siku-siku di B. Panjang $BD = 6$ m dan panjang $AB = 8$ m.

   Jika luas segitiga ADC 50% lebih besar dari luas segitiga ABD, tentukan keliling segitiga ADC.

2. Amati gambar di samping. Tentukan keliling dan luas daerah yang diarsir. ($\pi = 3{,}14$)

3. **Pertanian**

   Foto di atas memperlihatkan sebuah rumah petani yang atapnya berbentuk piramid. Di bawah ini adalah model matematika untuk atap rumah petani yang dilengkapi dengan ukurannya.

Dalam model ini, lantai loteng *ABCD* berbentuk persegi. Tiang yang menopang atap merupakan rusuk balok *EFGH.KLMN*. Titik *E* terletak di tengah *AT*, titik *F* di tengah *BT*, titik *G* di tengah *CT*, dan titik *H* di tengah *DT*. Semua rusuk piramid pada model tersebut panjangnya 12 m.

a. Hitunglah luas lantai loteng *ABCD*.

b. Hitunglah panjang *EF*.

4. **Kecepatan mobil balap**

Grafik berikut menunjukkan kecepatan mobil balap sepanjang lintasan 3 km selama putaran kedua.

a. Pada jarak berapakah dari garis start yang menunjukkan awal lintasan lurus terpanjang?

A. 0.5 km
B. 1.5 km
C. 2.3 km
D. 2.6 km

b. Dimanakah posisi kecepatan terendah yang terekam selama putaran (*lap*) kedua?

A. pada garis start
B. sekitar 0.8 km
C. sekitar 1.3 km
D. pertengahan jarak sepanjang lintasan

c. Menurut kalian apa yang terjadi pada kecepatan mobil yang berada pada jarak diantara 2.6 km sampai 2.8 km?

A. kecepatan mobil konstan/tetap
B. kecepatan mobil bertambah
C. kecepatan mobil berkurang
D. kecepatan mobil tidak dapat ditentukan berdasarkan grafik tersebut.

5. Ketika berjalan-jalan di sebuah *mall*, Gunarso mendapatkan keberuntungan sebagai pengunjung *mall* terpilih pada hari itu. Gunarso berkesempatan memilih 1 hadiah dari 3 kotak yang sudah disediakan panitia *mall*. Setiap kotak tersebut berisi bola berwarna merah mewakili mobil, kuning mewakili motor, dan hijau mewakili TV dengan komposisi sebagai berikut.

Kotak	Merah	Kuning	Hijau
A	7	9	10
B	8	12	8
C	9	12	9

Gunarso hanya diberi kesempatan untuk mengambil 1 hadiah dari salah satu kotak. Tentukan kotak mana yang memiliki peluang terbesar mendapatkan mobil. Jelaskan.

DAFTAR PUSTAKA

Aufmann, R. N. , Lockwood, J. S., Nation, R. D., & Clegg, D. K. 2008. *Mathematical Thinking and Quantitative Reasoning*. Houghton Mifflin Company: Boston.

Barnett, R. A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc.

Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Edisi Kedua. Belmont, California: Duxbury Press.

Barnett, Raymond A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc.

Bluman, A.G. 2005. *Probability Demystified (A Self-Teaching Guide)*. USA: Mc Graw Hill Companies, Inc.

Croft, C. 2002. *Students' Integrated Maths Module for Linear Functions 1*.OTRNet Publication. Wooroloo, Australia.

Freund, John E., & Ronald E. Walpole. 1987. *Mathematical Statistics (Fourth Edition)*. USA: Prentice Hall.

Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. 2006. *Algebra rules (Mathematics in Context)*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

Klerk, J. 2007. *Illustrated Maths Dictionary*. 4th Ed. Melbourne: Pearson Education Australia.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Moving Straight Ahead: Linear Relationship*. Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *What Do You Expect? Probability and Expected Value*. Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Variables and Patterns: Introducing Algebra*. Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Looking for Pythagoras: The Pythagorean Theorem*. Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Samples and Populations: Data and Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Data About Us: Statistics.* Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *How Likely Is It?: Probability.* Connected Mathematics. Boston: Pearson, Prentice Hall.

Manitoba Education. 2009. *Kindergarten to Grade 8 mathematics glossary : support document for teachers*. Manitoba, Kanada: Manitoba Education, Citizenship and Youth Cataloguing in Publication Data.

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-ruang-sisi-datar-pak-tohir.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/krat-dan-telur.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/img_20150926_165219.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/gubuk-pak-tohir.jpg, diunduh tanggal 17 Seotember 2015

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-prisma.jpg, diunduh tanggal 17 Seotember 2015

Mathematics Sport. 2015. http://1.bp.blogspot.com/-zUnBMRHX5Ak/ViMZl2itqEI/AAAAAAAABoY/8mOx-yEyFyU/s1600/rubik-cube.jpg, diunduh tanggal 7 September 2015

MTs Raudlatul Hasanah. 2013. http://mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id/2015/10/kbm-mts-raudlatul-hasanah-dempo-timur.html, diunduh 10 Oktober 2015

Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. 2007.*Discovering Algebra: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.

Musser, G. L., Burger, W. F., dan Peterson, B. E. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. New Jersey: John Wiley & Son, Inc.

Rahaju, E.B. dkk, 2008. *Contextual Teaching and Learning Matematika*. Pusat Perbukuan Depdiknas.

Serra, M. 2007. *Discovering Geometry: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.

Serra, Michael. 2008. *Discovering Geometry An Investigative Approach*. America: Key Curriculum Press.

Sukino & Wilson, S. 2006. *Matematika untuk SMP Kelas VIII*. Erlangga: Jakarta.

Sukino. 2009. *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.

TIM. 2008. *California Math Triumphs Volume 3A*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

TIM. 2004. *Glencoe Mathematics Geometry (Florida Edition)*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

TIM. 2008. *California Math Triumphs For Algebra 1*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

Tohir, Mohammad. 2014. *Penerapan Konsep Aljabar dalam Pemecahan Masalah*: https://matematohir.wordpress.com/2014/01/22/penerapan-konsep-aljabar-dalam-pemecahan-masalah/, diunduh tanggal 27 Agustus 2015

Tohir, Mohammad.2013-2015, *Kumpulan Soal Pengayaan UAS dan UN Matematika SMP*: https://matematohir.wordpress.com/category/soal-pengayaan-uas/, diunduh tanggal 17 September 2015

Tohir, Mohammad.2013-2015, *Solusi Soal UN Matematika SMP*: http://m2suidhat.blogspot.co.id/search/label/Solusi%20Soal%20UN, diunduh tanggal 17 September 2015

Tohir, Mohammad. 2013. *Kumpulan Soal dan Pembahasan Olimpiade Matematika SMP*: http://m2suidhat.blogspot.co.id/2013/06/olimpiade-matematika.html, diunduh tanggal 10 Oktober 2015

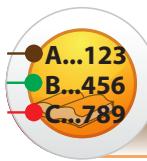
Tohir, Mohammad. 2015. *Menentukan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan*: http://m2suidhat.blogspot.co.id/2015/11/menentukan-luas-permukaan-dan-volume.html, diunduh tanggal 19 November 2015

Turmudi. 2012. *Tarif Taxi dan Biaya Fotocopy Untuk Pengenalan Konsep Fungsi Linear Di SMPN 12 Bandung: Lesson Study.* KNM XVI. UNPAD.

Van de Walle, J. A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. 2010. *Elementary and Middle School Matheatics: Teaching Developmentally*. Boton, MA: Pearson.

Whitney, F. B., et al. 2008. *California Math Triumphs Volume 4B: The Core Processes of Mathematics*. Columbus, OH: Macmillan/McGraw-Hill-Glencoe.

Wijers, M., Roodhardt, A., van Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B.R.,&Pligge, M .A. 2006. *Building Formulas.*In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), Mathematics in Context. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

WWW.CEMC.UWATERLOO.CA. The CENTRE for EDUCATION in MATHEMATICS and COMPUTING. Problem of the Week Problem C.

Bangun ruang	Suatu objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, dan tinggi, misalnya, prisma, limas, kubus).
Bagan/*chart*	Diagram yang menggambarkan informasi dalam bentuk tabel, grafik, atau gambar.
Bidang koordinat	Bidang yang dibentuk oleh sumbu horizontal dan sumbu vertikal, seringkali dinamai sumbu-X untuk garis horizontal dan sumbu-Y untuk garis vertikal; terdiri atas kuadran 1 sampai 4 yang ditandai dengan menggunakan angka romawi I, II, III, dan IV.
Busur	Kurva lengkung yang berimpit dengan suatu lingkaran.
Data	Informasi yang dikumpulkan. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.
Deret bilangan	Penjumlahan dari suku-suku pada barisan bilangan.
Diameter	Segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran.
Dua garis tegak lurus	Dua garis yang berpotongan dan membentuk sudut 90º; dua garis dengan kemiringan m_1 dan m_2, dua garis tersebut saling tegak lurus jika dan hanya jika $m_1 \times m_2 = -1$
Dua garis sejajar	Dua garis yang memiliki kemiringan yang sama. Misalkan dua garis memiliki kemiringan m_1 dan m_2, dua garis tersebut sejajar jika dan hanya jika $m_1 = m_2$.
Grafik	Representasi visual yang digunakan untuk menunjukkan hubungan numerik.
Hasil dari percobaan	Salah satu kejadian yang mungkin terjadi dalam percobaan peluang (misalnya, ketika pelemparan koin terdapat dua hasil.
Hipotenusa	Sisi miring segitga siku-siku; sisi terpanjang segitiga siku-siku.

Jari-jari	Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter.
Jaring-Jaring	Perpaduan beberapa poligon yang dapat dibuat bangun ruang.
Kaki segitiga siku-siku	Dua sisi segitiga siku-siku yang mengapit sudut siku-siku, bukan hipotenusa.
Kejadian yang tidak mungkin	Kejadian yang besar peluangnya 0 (misal, munculnya mata dadu 7 saat melempar dadu enam sisi).
Keliling lingkaran	Panjang kurva lengkung tertutup yang berhimpit pada suatu lingkaran.
Kemiringan	Perbandingan jarak vertikal terhadap horizontal suatu garis atau lintasan; disimbolkan m; persamaan garis $y = mx + b$ memiliki gradien m; besar kemiringan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
Kilogram (kg)	Satuan yang digunakan untuk mengukur massa; 1 kilogram = 1.000 gram.
Kilometer (km)	Satuan yang digunakan untuk mengukur panjang; 1 kilometer = 1.000 meter.
Kuadran	Satu dari empat bagian bidang koordinat yang dipisahkan oleh sumbu-X dan sumbu-Y. Kuadran diberi nama Kuadran I, II, III, dan IV yang dimulai dari bagian kanan atas berlawanan arah jarum jam.
Kubus	Bangun dimensi tiga dengan 6 sisi persegi sebagai bidang yang membatasi, 12 rusuk yang sama panjang, dan 8 titik.
Kubik	Satuan untuk ukuran volume.
Koordinat	Pasangan terurut suatu bilangan yang digunakan untuk menentukan suatu titik pada bidang koordinat, ditulis (x, y).
Limas	Bangun ruang sisi datar yang alasnya berupa poligon (segi banyak) dan sisi tegaknya adalah segitiga yang berpotongan di satu titik, yaitu titik puncak.
Luas permukaan	Jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang.

Peluang	Perbandingan antara kejadian yang sudah terjadi dengan semua kejadian yang mungkin terjadi; nilainya sama dengan atau lebih dari 0 dan kurang dari atau sama dengan 1.
Peluang teoretik	Perbandingan hasil terhadap ruang sampel pada suatu eksperimen.
Peluang empirik	Perbandingan banyak kali muncul kejadian tertentu terhadap n kali perbandingan suatu bilangan yang digunakan untuk membandingkan dua besaran.
Persamaan linear dua variabel	Kalimat matematika yang dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b \neq 0$.
Persamaan garis lurus	Pernyataan matematika yang menyatakan dua ekspresi aljabar adalah sama. Pernyataan yang berisi tanda sama dengan (=). Misalnya, $y = ax + b$; dinyatakan oleh garis lurus pada bidang koordinat.
Persegi panjang	Bangun segi empat dengan empat sudut siku-siku; jajar genjang yang keempat sudutnya siku-siku; persegi adalah persegi panjang khusus.
pi (π)	Perbandingan keliling lingkaran dengan diameternya; nilainya mendekati 3,141592654...
Prisma	Bangun ruang sisi datar yang memiliki dua sisi yang sama dan sejajar sebagai alasnya.
Prisma persegi panjang	Prisma dengan enam sisi yang berbentuk persegi panjang; prisma dengan alas berupa persegi panjang.
Prisma segitiga siku-siku	Prisma dengan alas segitiga siku-siku.
Pola	Sebuah susunan yang mempunyai bentuk teratur dari bentuk satu ke bentuk berikutnya.
Ruang sampel	Himpunan semua hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (dalam materi peluang). Misalnya, ruang sampel dua koin yang dilempar adalah (AA), (AG), (GA), (GG).
Rusuk	Ruas garis hasil perpotongan dua bidang pada bangun ruang.
Selesaian	Nilai (satu atau lebih) yang membuat persamaan atau kalimat terbuka menjadi benar.
Statistika	Hasil analisis atau pengolahan data.

Sumbu	Garis horizontal atau vertikal yang digunakan dalam sistem koordinat Kartesius untuk meletakkan titik pada bidang koordinat.
Sumbu-X	Garis bilangan horizontal pada bidang koordinat.
Sumbu-Y	Garis bilangan vertikal pada bidang koordinat.
Teorema Pythagoras	Hubungan matematis yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku jumlah kuadrat dari panjang dua sisi sama dengan kuadrat sisi miringnya (*hipotenusa*); jika a dan b adalah panjang dua sisi segitiga siku-siku dan c adalah panjang sisi miring (hipotenus), maka $a^2 + b^2 = c^2$.
Tinggi	Jarak dari alas dengan titik puncak bangun ruang (misal, tinggi limas); jarak dua bidang alas dan tutup suatu bangun ruang (misal, tinggi prisma)
Titik asal	Titik pada bidang koordinat yang merupakan titik potong sumbu-X dan sumbu-Y; berkoordinat di (0, 0).
Titik sampel	Satu dari anggota dari ruang sampel.
Variabel	- Simbol yang mewakili suatu bilangan dalam suatu bentuk aljabar misal, $2n + 3$, variabelnya adalah n; - Simbol yang digunakan untuk menyatakan nilai yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Misal, $a + 3 = 5$, variabelnya adalah a. - Simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu bilangan atau anggota himpunan pasangan terutut. Misal, $y = x + 3$, variabelnya adalah x dan y.
Volume	Ukuran isi dalam satuan kubik.

A...123
B...456
C...789
Indeks

Profil Penulis

Nama Lengkap : Dr. H. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A.
Telp. Kantor/HP : (0341) 552182 / 081334452615
E-mail : abdur.rahman.fmipa@um.ac.id
Akun Facebook : abdurrahman.asari1
Alamat Kantor : Jurusan Matematika, FMIPA
Universitas Negeri Malang, Gedung 07
Jl. Semarang No. 5 Malang 65145
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika, Konsultan Pendidikan, Pakar Teknologi Pembelajaran Matematika Indonesia, dan Pakar Pengembangan Materi Pendampingan Kurikulum 2013

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1985 – Sekarang: Dosen Matematika S1, S2, dan S3 di FMIPA Universitas Negeri Malang.
2. 1996 – Sekarang: Anggota Tim Pengembang sekaligus Asisten Direktur I Lembaga Pendidikan Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Teknologi Pembelajaran di Universitas Negeri Malang (UM) (2007-2012)
2. S2 yang ke-dua: Early and Middle Childhood Education (fokus di Pendidikan Matematika) di College of Education, The Ohio State University, USA (1994-1995)
3. S2: Pendidikan Matematika IKIP MALANG melalui program CTAB (Calon Tenaga Akademis Baru) dari Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (1984-1990)
4. S1: Pendidikan Matematika IKIP MALANG (sekarang Universitas Negeri Malang) (1979-1983)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (Tahun 2015)
2. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (Tahun 2015)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Critical Thinking Disposition of Prospective Mathematics Teachers in Indonesia (Tahun 2014)
2. The Use of Graphic Organizer to Enhance Students' Ability Better Prepare Learner-Centered Mathematics Teaching and Learning: A Classroom Action Research (Tahun 2012)

Nama Lengkap : Mohammad Tohir, S.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0331) 484878 / 085649672572.
E-mail : matematohir@yahoo.com
Akun Facebook : mohammadtohir.m2
Akun Twitter : tohir2349
Alamat Blog/Web : https://matematohir.wordpress.com/
http://olimattohir.blogspot.co.id/
Alamat Kantor : SMP Negeri 2 Jember
Jl. PB. Sudirman No. 26 Jember
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika, Teknologi Informasi dan Komunikasi

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2016 – sekarang: Guru Matematika di SMP Negeri 2 Jember
2. 2015 – 2016: Guru Matematika di MTs Raudlatul Hasanah – Pamekasan
3. 2005 – 2015: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Jember (2016 - sampai sekarang)
2. S1: Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Malang (2000-2004)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (Tahun 2016)
2. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (Tahun 2015)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)
7. Diktat Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (Tahun 2012 dan 2014)
8. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas IX (Tahun 2008 dan 2011)
9. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas VIII (Tahun 2007 dan 2010)
10. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas VII (Tahun 2007, 2009, dan 2011)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Analisis Kemampuan Calon Guru Matematika dalam Menerapkan Pendekatan Saintifik Berdasarkan Kurikulum 2013 di SMP Negeri 2 Jember (Tahun 2016)
2. Analisis Keterampilan Berpikir Kreatif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Generalisasi Permutasi Deret Aritmatika Berdasarkan Level Metakognisi Mahasiswa. Pascasarjana Unversitas Jember (Tahun 2016)
3. Menjadikan Para Siswa Aktif Bertanya dalam Kelas Matematika Berdasarkan Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya: Peluang Matematika dan Pembelajarannya dalam Menghadapi Masyarakat Ekonomi ASEAN (MEA). Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember (Tahun 2016)
4. Peningkatan Pemahaman Peserta Workshop dalam Menyelesaikan Soal-soal Olimpiade Matematika Bagi Guru-guru Matematika SMP di Kabupaten Madiun. Forum Guru MGMP Matematika Kabupaten Madiun (Tahun 2016)
5. Peningkatan Kemampuan Guru dalam Mengiplimentasikan Kurikulum 2013 di MTs Raudlatul Hasanah Pamekasan. Yayasan Pendidikan Islam Al-Hasanah (Tahun 2016)

6. Penerapan Pendekatan Saintifik pada Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Sikap Kritis Siswa Kelas VIII MTs Raudlatul Hasanah Pamekasan (Tahun 2016)
7. Analisis Penerapan Kegiatan Pengamatan Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 Kurikulum 2013 di SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2014)
8. Penggunaan Strategi Pembelajaran Aktif untuk Meningkatkan Efektifitas Pembelajaran Materi Aljabar bagi Siswa Kelas VIII SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2012)
9. Penggunaan Media Pembelajaran Matematika Berbasis ICT untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Bangun Ruang Sisi Datar Siswa Kelas VIII SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2010)
10. Pengaruh Inteligensi dan Tingkat Kedisiplinan Siswa Terhadap Pretasi Belajar Matematika SLTP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2006)

Nama Lengkap : Ibnu Taufiq, S.Pd, M.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0341) 567008 / 081252744540.
E-mail : taufiqibnu@yahoo.co.id
Akun Facebook : ibnu.taufiq.35
Alamat Kantor : SMP Bahrul Maghfiroh Malang
Jl. Joyo Agung Atas no 2 kota Malang
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**

1. 2014 – Sekarang: Guru Matematika di SMP Bahrul Maghfiroh Malang
2. 2009 – Sekarang: Tutor PGSD di Universitas Terbuka UPBJJ Malang
3. 2003 – 2014: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang
4. 1997 – 2003: Guru Kelas di SD Islam Sabilillah Malang

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**

1. S2: Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2006-2009)
2. S1: Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Malang (1991-1996)

■ **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)
5. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (Tahun 2006)

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

1. MeMeningkatkan Kemampuan Aritmatika Sosial Siswa Kelas VII SMP Islam Sabilillah Malang Melalui Pembelajaran Kontekstual "Belanja di Kantin Jujur" (Tahun 2010)
2. Pembelajaran Jigsaw Berbasis Problem Solving untuk Meningkatkan Keterampilan Menyelesaikan Soal Cerita Operasi Hitung Bilangan Bulat Siswa Kelas 5 SD Islam Sabilillah Malang (Tahun 2009)

Nama Lengkap : Erik Valentino, S.Pd., M.Pd.
Telp. Kantor/HP : 031-7671122 / 085648968803.
E-mail : erikvalentinomath@gmail.com
Blog : www.erikvalentinomath.wordpress.com
Instansi : STKIP Bina Insan Mandiri, Surabaya
Akun Facebook : erik.valentino.7
Alamat Kantor : STKIP Bina Insan Mandiri Surabaya,
Jl. Raya Menganti Kramat No. 133
Surabaya
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2014 – Sekarang: Dosen Prodi Pendidikan Matematika di STKIP Bina Insan Mandiri, Surabaya
2. 2011 – 2012: Guru Matematika di SMP, SMA, dan SMK Al-Azhar Menganti Gresik

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang melalui program Beasiswa Unggulan (BU) DIKTI (2012-2014)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya (2007-2011)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VIII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, tahun 2015.
2. Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester II Kurikulum 2013. Jurnal Humaniora, Kopertis Wilayah VII, tahun 2015
3. Analisis Kesalahan dan Rekomendasi Perbaikan Penyajian Buku Siswa Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya tahun 2015
4. Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika yang Melibatkan Kecerdasan Majemuk (Multiple Intteligences) dengan Pendekatan Saintifik (Tesis Tahun 2014)
5. Pengaruh Kecerdasan Intrapersonal dan Interpersonal Terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa Kelas VIII SMPN 33 Surabaya (Skripsi Tahun 2011)
6. Tingkat Pemahaman Peserta Pelatihan Calon Instruktur Kurikulum 2013 Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Di Vedc Malang, Seminar Nasional Matematika Pascasarjana Matematika Universitas Negeri Malang tahun 2016

Nama Lengkap : Zainul Imron, S.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0333) 42159 / 0852368563330.
E-mail : normiluniaz@gmail.com
Akun Twitter : @Normiluniaz
Alamat Kantor : Universitas PGRI Banyuwangi
Jalan Ikan Tongkol No.22 Banyuwangi,
Jawa Timur
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

- **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
  1. 2015 – Sekarang: Dosen Pendidikan Matematika di Universitas PGRI Banyuwangi (UNIBA)
  2. 2010 – Sekarang: Guru Matematika di SMP Bustanul Makmur – Banyuwangi
  3. 2009 – 2012: Tentor Primagama Munear– Banyuwangi

- **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
  1. S2: Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2012-sekarang)
  2. S1: Pendidikan Matematika Universitas Jember (2005-2009)

- **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
  1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
  2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
  3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
  4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014).

- **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

  Masalah Nilai yang dicari: Penalaran Proporsional Siswa Setelah Mempelajari Rasi dan Proporsi (Tahun 2014)

Profil Penelaah

Nama Lengkap : **Dr. Agung Lukito, M.S.**
Telp. Kantor/HP : +62 31 829 3484
E-mail : gung_lukito@yahoo.co.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kampus Unesa Ketintang
Jalan Ketintang Surabaya 60231
Bidang Keahlian: Matematika dan Pendidikan Matematika

- **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**

  2010 – 2016: Dosen pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya

- **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
  1. S3: Faculty of Mathematics and Informatics/Delft University of Technology (1996 – 2000)
  2. S2: Fakultas Pascasarjana/Matematika/ITB Bandung (1988 – 1991)
  3. S1: Fakultas PMIPA/Pendidikan Matematika/Pendidikan Matematika/ IKIP Surabaya (1981 – 1987)

■ **Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku Teks Matematika kelas 7 dan 10 (2013)
2. Buku Teks Matematika kelas 7, 8 dan 10, 11 (2014)
3. Buku Teks Matematika kelas 7, 8, 9 dan 10, 11, 12 (2015)

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
1. Pengembangan Perangkat Pendampingan Guru Matematika SD dalam Implementasi Kurikulum 2013 (2014)
2. Peluang Kerjasama Unit Pendidikan Matematika Realistik Indonesia dengan Pemangku Kepentingan, LPPM Unesa (2013)
3. Pemanfaatan Internet untuk Pengembangan Profesi Guru-guru Matematika SMP RSBI/SBI Jawa Timur, 2010, (Stranas 2010)
4. Relevansi Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) dengan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP), 2009, (Stranas 2009)

Nama Lengkap : **Dr. Ali Mahmudi**
Telp. Kantor/HP : -/0813 287 287 25
E-mail : ali_uny73@yahoo.com
Akun Facebook : https://www.facebook.com/ali.mahmudi.90
Alamat Kantor : Kampus FMIPA UNY Kampus Karangmalang Yogyakarta
Bidang Keahlian: Pedidikan Matematika

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
1. 1999 - sekarang bekerja sebagai dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
1. S3: Program Studi Pendidikan Matematika/Sekolah Pascarjana Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Bandung (2007 – 2010)
2. S2: Program Studi Pendidikan Matematika/Program Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya (UNESA) (1997 – 2003)
3. S1: Prodi Pendidikan Matematika/Jurusan Pendidikan Matematika dan IPA/ Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) (1992 – 1997)

■ **Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku teks dan non-teks pelajaran matematika sekolah yang dikoordinasikan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan (Puskurbuk) Kementrian dan Kebudayaan RI sejak 2005

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
1. Pengembangan *interakctive student's book* berbasis ICT untuk mendukung aktivitas eksplorasi konsep-konsep geometri
2. Pengembangan bahan ajar matematika dengan pendekatan kontekstual untuk pembelajaran matematika di SMK.

Nama Lengkap : **Drs. Turmudi, ., M.Sc., Ph.D.**
Telp. Kantor/HP : (0264)200395/ 081320140361
E-mail : turmudi@upi.edu
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Jl. Veteran 8 Purwakarta
Jl. Dr. Setiabudi 229 Bandung
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. Dosen Pendidikan Matematika di S1, S2, dan S3 Universitas Pendidikan Indonesia
2. Ketua Jurusan Pendidikan Matematika 2007-2015
3. Ketua Prodi S2 dan S3 Pendidikan Matematika SPs UPI, 2012-2015 (dalam konteks terintegrasi dengan S1 Pendidikan Matematika FPMIPA UPI)
4. Direktur Kampus Daerah UPI Purwakarta, 2015- Sekarang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. D2 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1982)
2. D3 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1983)
3. S1 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1986)
4. S2 : La Trobe University Australia/Graduate School of Education (1987)
5. S2 : University 0f Twente/Instructional and Training System Designs (1999)
6. S3 : La Trobe University Australia/School of Educational Studies (2007)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Math Project untuk SMP/MTs Kelas VII, Yrama Widya (2014)
2. Panduan Pembelajaran dan Penilaian Matematika SMA, Kemendikbud Balitbang PUSKURBUK, (2012)
3. Matematika Landasan Filosofi, Didaktis, dan Pedagogis Pembelajaran untuk Siswa Sekolah Dasar, Kementerian Agara RI, Direktorat Jenderal Pendidikan Islam Kementerian Agama RI, (2012)
4. Membangun Karakter Melalui Pemodelan Matematika (dalam Buku Pendidikan Karakter, Nilai Inti Bagi Upaya Pembinaan Kepribadian Bangsa, Widiya Aksara Press, (2011)
5. Panduan Pendidikan Matematika SMA, Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta, 2010
6. Membangung Karakter Bangsa Bersama Matematika (dalam Buku Potret Profesionalisme Gulu dalam Membangun Karakter Bangsa : pengalaman Indonesia dan Malaysia, UPI Press, (2010)
7. Penulisan BAB Pembelajaran Matematika Kini dan Kecendurangan masa Mendatang dalam Buku Bunga Rampai Pembelajaran MIPA, 10th Aniversary of the JICA-FPMIPA Building, JICA FPMIPA, (2010)
8. Matematika Eksploratif dan Investigatif, Leuser Cita Pustaka, (2010)
9. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMK (Berparadigma Exploatif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
10. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SD (Berparadigma Exploatif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)

11. Panduan Pendidikan Matematika untuk SMP, Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta, (2009)
12. Penulisan Buku Panduan Teknis Peningkatan Kemampuan Siswa Melalui Proses Pembelajaran Berbasis Motivasi, Direktorat SMA-Depdiknas Jakarta, (2009)
13. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMP (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
14. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMA (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2008)
15. Landasan Filosofis dan Teoritis Pembelajaran Matematika (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2008)

- **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

1. Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis Fenomena Didaktis di Pendidikan Dasar (2015)
2. Pengembangan Literasi, Sains, dan Matematika Sekolah Menengah Pertama (2014)
3. Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis Fenomena Didaktis (Sebuah Terobosan Inovatif dalam Mengenali Mendesain, dan Mengimplementasikan serta Memvalidasi Bahan Ajar Matematika di Sekolah Menengah (2014)
4. Eksplosari Etnomatematika Masyarakat Baduy dan Kampung Naga (Kajian Etnopedagogi Matematika di Kampung Naga dan Baduy Dlam) (2013)
5. Pengembangan Desain Didaktis Subjek Spesifik Pedagogi Bidang Matematika dan Pendidikan Profes Guru (2011)
6. Identifkasi Keberbakatan dalam Bidang Matematika untuk Siswa SMA (2011)
7. Peningkatan Kesadaran Berinovasi dalam Pembelajaran Matematika Guru SMP melalui Lesson Study (2010)
8. Kajian Efektivitas Pelaksanaan Program DAK Bidang Pendidikan Tahun 2003-2008 (Sensus di kota Manado, Kendari, dan Baros) (2009)
9. Pengembangan Pemodelan Matematika di SMP dan SMA (2009)
10. Designing Contextual Learning Strategies for Mathematics for Junior Secondary School in Indonesia (2006)

- **Publikasi Ilmiah 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)**

1. Open Ended Approach: An Effort in Cultivating Students Mathematical Creative Thinking Ability and Self-Esteem in Mathematics, ISSN:(2087-885)(e-ISSN 2407-0610) (2016)
2. Development of Didactical Design of Mathematics Pedagogy Through Professional Program of Mathematics Teacher, ISSN:(2302-996x) (2014)
3. Model Pengembangan Desain Didaktis Subject Specific Pedagogy Bidang Matematika Melalui Program Pendidikan Profesi Guru, ISSN:(1412-0917) (2014)
4. Pengembangan Pembelajaran Matematika dengan Pemodelan (Mathematical Modeling) Berbasis Realistik untuk Mahasiswa, ISSN:(1412-0917) (2014)
5. Enhancing Mathematical Communication Skills for Students of Islamic Senior High School with RME Approach, ISSN:(0973-5631) (2013)
6. Teachers Perception Toward Mathematics Teaching Innovation in Indonesian Junior High School: An Exploratory Factor Analysis (2012)
7. Professional Development for Junior Secondary School Teacher Based on The Realistic Mathematics Framework in Indonesia, ISSN:(0973-5631) (2011)

Nama Lengkap : **Prof. Dr. Widowati, S.Si, M.Si**
Telp. Kantor/HP : 085100789493/08156558264
E-mail : wiwied_mathundip@yahoo.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedharto, SH, Tembalang, Semarang
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1994-sekarang : Dosen Tetap Jurusan Matematika, Universitas Diponegoro Semarang
2. 2008-2011 : Ketua Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Diponegoro Semarang
3. 2011-2015 : Pembantu Dekan II Fakultas Sains dan Matematika(FSM), Universitas Diponegoro Semarang
4. 2015-sekarang : Dekan Fakultas Sains dan Matematika(FSM), Universitas Diponegoro Semarang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Program Pasca Sarjana/Prodi Matematika/Universitas Diponegoro (1993-1998)
2. S2: Program Pasca Sarjana/Prodi Matematika/ITB Bandung (1998-2000)
3. S1: MIPA/Prodi Matematika/ITB Bandung (1988-1993)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. PEMODELAN MATEMATIKA: Analisis dan Aplikasinya, Undip Press (2013)
2. KALKULUS, Undip Press (2012)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Teori Bilangan, 2015
2. Matematika SMP, 2016
3. Matematika SMA, 2016

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Aplikasi pengendali $H\infty$ Berorde Minimum Untuk Meredam Getaran pada Bangunan Bertingkat (Matematika Terapan) (2006)
2. Pengembangan Model Logistik untuk Menganalisis Pertumbuhan Sel Tumor (Pemodelan Matematika) (2007)
3. Konstruksi Model Dinamika Nitrogen Untuk Memprediksi Beban Limbah Masksimum: Studi Kasus Polder Tawang Semarang (Pemodelan Matematika) (2009)
4. Model Matematika Dan Analisis Dinamik Epidemik Virus Influenz a (Pemodelan Matematika) (2009)
5. Diversifikasi Sumber Energi Alternatif Berbahan Baku Limbah Sagu (2011-2013)
6. Pemodelan Matematika dan Analisa Sebaran Suhu Permukaan Serta Kandungan Kimia Untuk Karakterisasi Panas Bumi Di Gedhong Songo , Gunung Ungaran, Semarang (2013)
7. Model Matematika Aliran Fluida dan Panas Dua Fase pada Sumur Panas Bumi (2013)
8. Pengembangan Model Matematika Kontrol Optimal Epidemik DBD (2014)
9. Pengembangan Biomonitoring Dan Biosecurity Yang Efektif Dan Akurat Menuju Aktivitas Budidaya Perikanan Berkelanjutan (Pemodelan Matematika) (2014)
10. Strategi Optimal untuk mengendalikan stok barang dengan biaya penyimpanan minimum pada hybrid level Inventory (2015)
11. Peningkatan Kapasitas Produksi Perikanan Budidaya Berkelanjutan Melalui Aplikasi Stratified Double Floating Net Cages (Sdfnc) dengan Pendekatan Intrageted Multi-Trophic Aquaculture (IMTA) (Pemodelan Matematika) (2015)
12. Modeling and control of supplier selection and inventory system with piecewise holding cost (2016)

13. Kontruksi model Model Pertumbuhan Ikan Kerapu Macan dan Ikan Bawal Bintang pada Sistem *Integrated Multi Trophic Aquaculture* (Pemodelan Matematika) (2016)

Publikasi Ilmiah 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Coprime Factor Reduction of Parameter Varying Controller, International Journal of Control, Automation, and System Science Citation Index Expanded(SCIE)), ISSN:1598-6446; Vol6, No 6,2008, pp. 836-844
2. Linear Parameter Varying Versus Linear time Invariant Reduced Order Controller Design of Turboprop Aircraf, ITB Journal, ISSN:1978-3051, Vol 44, No.2,2012, hal.169-186
3. Assement Level of Severity of Enviromental Disturbance Caused by Aquaculture Activities Using Abundance-Biomass Curves of Macrobenthic Assemblages, International Journal of Enviromental Science and development, Vol. 6, No3, 2015,pp.178-181, ISSN: 2010-0264; DOI: 10.7763/IJESED.2015.V6.585
4. Analisys of Crout, LU Cholesky Decompotion and QR Factorization: A Case Study on Relationship betwen Carbon and Nitrogen with Macrobenthos, International Journal: Waste Technology (Was Tech)Vol.2 No.2, October 2014, pp. 56-62
5. The Application of Interated Multi Trophic Aquaculture (IMTA) Using Stratified Double Net Rounded Cage (SDFNC) for Aquaculture Sustainability, International Journal of Science and Engineering (IJSE), ISSN: 2086-5023; Vol. 9, No. 2, October 2015, pp. 85-89.
6. Environmental Assesment of Polyculture Farming Practice Based on Macrobenthic Assemblages: A Case Study at Coastal area of Kaliwungu, Kendal (Central Java, Indonesia), Jurnal Teknologi (www.jurnalteknologi.utm.my.), Malaysia, 2016, In Press

Seminar Internasional 10 Tahun Terakhir (Judul, Prosiding, Tahun)

1. Model Reduction of linear parameter Varying systems, Proceeding of the International Conference on Mathematics and Its Applications, 2003, hal. 376-383, ISBN : 97995118-5-2
2. Model Reduction of Model LPV Control with Bounded Parameter Variation Rates, Proceeding of the 6th Asian Control Conference(ASCC), July 2006, hal. 289-296, ISBN 979-15017-0
3. Study the dynamics of human infection by avians influenza : case study in the central java province of Indonesia, Proceeding of the IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications (IICMA), 2009, hal. 391-395, ISBN : 978-602-96426-0-5
4. Mathematical Modeling and analysis of ammonia, nitrite, and nitrate concentration : case study in the polder Tawang Semarang, Indonesia, Proceeding of the IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications (IICMA), 2009, hal. 561-570, ISBN : 978-602-96426-0-5
5. Stability Analisys of SEIR Epidemiological Models with Nonlinear Incidence : Case Study in the Central java Province, Indonesia, Proceedings of the Proceedings of the 1st-International Seminar on New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Appication(ISNPINSA), November 2011, hal. 87-95, ISBN : 978-602-097-331-9
6. Dynamic Analysis of Ethanol, Glucose, and Saccharomyces for Batch Fermentation, Proceeding of the SEAMS-GMU, July 2011, hal. 579-588, ISBN: 978-979-17979-3-1
7. The Quality Improvement of Mathematics of Mathematics Learning Using PBL Based on WEB, Proceedings of the Proceeding of the 2nd- International Seminar on New Paradigm an Innovationon Natural Science and its Aplication(ISNPINSA) , 2013, ISBN:978-602-18940-2-6
8. Glucose Content Of Sago Wase After Acid Pre-TreatmentHydrolysis for Bioethanol Production, Proceedings of the 3rd- International Seminar on New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Application,2013, ISBN: 978-602-18940-2-6

9. Stability Analysis Of Continuosly Ethanol Fermentation Model with Gas Stripping, Proceeding of the 3rd- International Seminar on the New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Application(ISNPINSA), 2013, ISBN:978-602-18940-2-6
10. Evaluation On The Application of Stratified Double Net Cages For Freshwater Fish Aquaculture: Macrobenthic Assemblages As Bioindicator, Proceeding of International Conference of Aquaculture Indonesia (ICAI), 2014, pp. 138-144
11. Mathematical Modeling of worm infection on computer in a Network: Case study in the Computer Laboratory, Mathematics Dept., Diponegoro University, Indonesia, Proceeding of the 5th- International Seminar on New Paradigm an Innovationon Natural Science and its Aplication (INSPINSA), October 2015
12. Hybrid Mathematical Model of Inventory System with Piecewise Holding Cost and its Optimal Strategy, Proceeding of the International Conference on Advanced Mechatronics, Intelligent Manufacture and Industrial Automation (ICAMIMIA), October 15-17, 2015

Journal Nasional 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Reduced-Order of Parameter Varying controller with graduated closed-lppp performanc, Majalah Ilmiah Himpunan Matematika (MIHMI)Vol. 12,No 1,2006 Hal1-15, ISSN:0854-1380
2. Analisis Kestabilan Model Dinamik Aliran Fluida Dua Fase pada sumur panas Bumi, JURNAL MATEMATIKAVol. 1,No. 1 April 2014
3. Widowati, S.M. Nababan , Roberd Saragih, Bambang Riyanto,Transformasi Reciprocal pada reduksi Model dari Sistem dengan parameter berubah-ubah, Jurnal matematika Integratif, Vol. 2, Januari 2003, hal. 57-62, ISSN : 1412-6184
4. Model logistik dengan Difusi pada Pertumbuhan Sel Tumor Echrlich Ascities, Jurnal Matematika Vol. 10, No. 3, Desember 2007, hal. 79-85, ISSN : 1410-8518
5. Pengendali LPV Polytopic untuk Sistem dengan parameter Berubah-ubah,Jurnal Matematika Vol. 10, No. 1 April 2007, hal. 8-14, ISSN : 1410-8518
6. Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda,Jurnal Matematika Vol. 11, no. 1, April 2008, hal. 43-51, ISSN : 1410-8518
7. Pemodelan Matematika untuk Jam Air Jenis Polyvascular Clepsydra dengan Kasus Viscosity Dominated, Jurnal matematika Vol. 11, No. 1, April 2008, hal. 13-19, ISSN : 1410-8518
8. Design Control Vibrasi Semi Aktif Reaksi Fixed point Menggunakan Pengontrol H∞, Jurnal Mtematika Vol. 12, No. 1, April 2009, hal. 45-53, ISSN : 1410-8518
9. Aplikasi Transformasi Laplace pada Persamaan Konsentrasi Oksigen Terlarut, Jurnal Sains & Matematika Vol. 17, No. 4, Oktober 2009, hal. 179-188; ISSN : 0854-0675
10. Analisis Kestabilan Model Dinamik Nitrogen dan Hubungannya dengan Pertumbuhan Alga, Jurnal Matematika Vol. 12, No. 3 Desember 2009, ISSN : 1410-8518
11. Analisis Sistem Non Linear melalui pendekatan Sistem Linear dengan Parameter Burubah-ubah, Jurnal matematika Vol. 13, No. 1, April 2010, hal. 15-19, ISSN : 1410-8518
12. Kestabilan dari Model Dinamik Penyebaran malaria, Jurnal Sains & Matematika Vol. 18 No. 4, Oktober 2010, hsl. 49-58; ISSN : 0854-0675
13. Kestabilan Sistem kontrol Jaringan terhadap Waktu tunda, Jurnal matematika Vol. 13, No. 3, Desember 2010, hal. 129-135, ISSN : 1410-8518
14. Penyelesaian Faktorisasi Koprima dengan Algoritma Euclid dan Metode Ruang Keadaan untuk Penentuan Pengendali yang Menstabilkan Sistem, Jurnal Sains & Matematika, Vol. 20, No. 1, Januari 2012; ISSN : 0854-0675
15. Perbandingan Algoritma Particle Swarm Optimization dan Differential Evolution untuk Perancangan Umpan Balik Keadaan : Studi kasus Gerak lateral Pesawat F-16,Jurnal Sains & matematika, Vol. 20, No. 4, Oktober 2012, ISSN : 0854 -0675

16. Kinerja Sistem Lup Tertutup dengan Pengendali Linear Quadratic Gaussian pada Sistem Massa Pegas, Jurnal Matematika, Vol. 16, No. 1, April 2013, ISSN : 1410-8518
17. Solusi Numerik Persamaan Difusi dengan Menggunakan Metode Beda Hingga, Jurnal Sains dan Matematika, Vo; 21, No. 3, Juli 2013; ISSN : 0854-0675
18. Penyelesaian SPL dengan Metode Faktorisasi QR untuk Model Regresi Suhu dan Ketinggian terhadap Spontaneous-Potential, Jurnal Sains & Matematika, Vol. 22, No. 2, April 2014; ISSN : 0854-0675
19. Model Pertumbuhan Logistik dengan Kontrol Optimal penyebaran demam berdarah dengeu, Jurnal Matematika Vol. 18, No. 1, April 2015
20. Nilai Eksak Bilangan Dominasi Complementary Tree Terhubung-3 pada Graf Cycle, Graf Lengkap dan Graf Wheel, Jurnal Matematika,Vol 18 No 1, April 2015

■ **Seminar Nasional 10 Tahun Terakhir (Judul, Prosiding, Tahun)**

1. Penstabilan Kuadratik dari sistem Linear dengan parameter berubah-ubah Prosiding seminar nasional Matematika, Agustus 2005, hal. 89-93, ISBN:979-704338-X
2. Perancangan Pengendali Berorde Minimum melalui Reduksi Orde Plant dan Pengendalian dengan metode perturbasi singular Prosiding seminar nasional SPMIPA 2006,pp. 8-14, ISBN:979.704.427.0
3. Efisiensi Biaya Distribusi dengan Metode Transportasi Prosiding Seminar Nasional, Juni 2007, Hal.133-139, ISBN:978-979-15945-6-1
4. Perancangan Pengendali Tereduksi Berdasarkan Faktorisasi koprima dan penempatan Pole Prosiding Seminar Nasional, Juni 2007 Hal. 122-132, ISBN: 978-979-15945-6-1
5. Rekonstruksi Gelombanng Cnoidal pada Gelombang permukaan di perairan pantai Prosiding Seminar Nasional, Juni 2010, hal.984-989 ISSN:2087-0922
6. Konstruksi Model Dinamik Pertumbuhan Alga dan Pengaruhnya pada perubahan Kadar Nitrogen Prosiding Konferensi Nasional Matematika XV, Juli 2010, hal. 386-394, ISBN: 978-602-96426-1-2
7. Solusi Periodik pada persamaan kortewegde Vries dengan Pendekatan Fungsi Riemann theta, Prosiding Seminar Nasional, November 2010, hal.373-378 ISBN:978-97916353-5-6
8. Solusi Analitik Persamaan Transport dan Distribusi Amoniak, Prosiding Seminar Nasional, Mei 2011, hal. 906-920 ISBN.978-979-097-142-4
9. Kestabilan model Dinamik Fermentasi alkohol secara Kontinu ,Prosiding Seminar Nasional, Mei 2011, hal. 894-905 ISBN: 978979-097-142-4
10. Analisi kestabilan Model Matematika dari Populasi Penderita Diabetes Mellitus, Prosiding konferensi nasional Matematika XVI, Juli 2012, hal.1043-1052, ISBN:978-602-19590-2-2
11. Model Dinamik Etanol, glukosa, dan Zymomonas Mobilis dalam Proses Fermentasi, Prosiding Seminar Nasional, September 2013, hal. 625-636, ISBN:9788-602-14387-0-1
12. Model Matematika Pengaruh Suhu dan Ketinggian terhadap Spontaneous-Potential untuk Karakterisasi Panasbumi di Gedongsongo, Semarang, Jawa Tengah; Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII , 11 - 14 Juni 2014, ITS, Surabaya
13. Solusi Dari Model Dnamik Interaksi Pertumbuhan Ikan Bandeng dan Udang Windu, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan pendidikan Matematika(SNMPM), 12 September 2015 hal.99-103 ISBN:978-979-4029
14. Aplikasi Metode Dekomposisi LU di Bidang Geothermal, Prosiding SNMPM, 12 September 2015, hal 29-34, ISBN:978-979-4029

Nama Lengkap : **Dr. Yansen Marpaung**
Telp. Kantor/HP : 0274.883037 / -
E-mail : 1. yansenmarpaung@gmail.com
2. yanmar@dosen.usd.ac.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Universitas Sanata Dharma, Prodi Pendidikan Matematika, Paingan, Maguwoharjo, Sleman, Yogyakarta
Bidang Keahlian:
1. Pendidikan Matematika
2. Psikologi Kognitif
3. Salah satu pemrakarsa PMRI, sampai sekarang aktif mengembangkan PMRI dan mencobakannya di sekolah

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:
1. 1974 sampai sekarang Dosen Pendidikan Matematika di Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.
2. Melatih guru-guru, khususnya guru-guru SD untuk menerapkan PMRI di sekolah masing-masing dengan tujuan meningkatkan kompetensi siswa dalam bidang matematika.

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:
1. S3 Universitas Osnabrueck ,Jerman:
   Didaktik der Mathematik: 1982-1986
2. SFKIP, Universitas Sanata Dharma:
   A. SarjanaMuda : 1961-1964
   B. Sarjana : 1968-1970

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
1. -

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
1. -

Nama Lengkap : **Dr. Yudi Satria, MT**
Telp. Kantor/HP : (021) 786 3439/0813 9234 1125
E-mail : yudi.satria@gmail.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Departemen Matematika FMIPA UI, Depok
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:
1992 – sekarang: Dosen di Departemen Matematika FMIPA UI

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:
1. S3: Fakultas Ilmu Komputer Universitas Indonesia (tahun 2001 – 2006)
2. S2: Fakultas Teknologi Industri Jurusan Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung (tahun 1995 – 1998)
3. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia jurusan Matematika (tahun 1984 – 1991)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):
1. Matematika Wajib SMP
2. Matematika Wajib SMA

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
-

Profil Editor

Nama Lengkap : **Yogi Anggraena, S.Si, M.Si.**
Telp. Kantor/HP : 082345678219
E-mail : yogi_anggraena@yahoo.com
Akun Facebook : Yogi Anggraena
Alamat Kantor : Jl. Gunung Sahari Raya, Jakarta Pusat
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2011 – 2016: Pusat Kurikulum dan Perbukuan
2. 2008 -2011: Pusat Perbukuan
3. 2006 – 2008: SMART Ekselensia
4. 2004 – 2006: FDI PLS Provinsi Jawa Barat

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: FMIPA/ Matematika/ UI (2012 -2014)
2. S1: FMIPA / Matematika/ IPB (1999 – 2004)

Judul buku yang pernah diedit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Pelajaran Matematika Kelas 7, 8, dan 9

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : **Suharno**
Telp. Kantor/HP : -/081218505258
E-mail : suharno_hnh@yahoo.co.id
Akun Facebook : Suharno Aja
Alamat Kantor : -
Bidang Keahlian: -

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2008 – 2012: ikut membantu pengolahan Buku Sekolah Elektronik (BSE) sebagai *setter* yang diselenggarakan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud.

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

-

Buku yang pernah di buat ilustrasi (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 7 dan 8 (2013)
2. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 12 (2015)
3. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 7 dan 8 (2016)